Årg. 43:3 Sept. 1960

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

TREDJE HÄFTET

Einar Bladh, Komplexometrisk titrering 153

Matts Helde, Strålrisker och strålskydd 167

Arnold Simonsson, Ett problem om permutationer 183

Notiser: Hans Riesel, En rörelselag härledd med hjälp av komplexa tal; Tomas Renander, Halvmikroanalys på gymnasiet; G. Starck, Förenklade försök med jonbytare 188

Aktuellt: Eve Staffansson, Internationell konferens om undervisningen i fysik; Jan Unenge, Givande LMFK-kongress i Oslo; Jan Unenge, Atomreaktorkurs för lärare i Studsvik; Daniel Borg, Engelsk-svenska science-kurser i Sigtuna och Oxford 190

Bokanmälningar: Mechanisation of Thought Processes; Fröberg, Numerisk analys; Fisher, Statistical Methods and Scientific Inference; Tricomi, Fonctions hypergéométriques confluentes; Wylie, Advanced Engineering Mathematics; Julia, Éléments d'algèbre; Guilbaud, What is Cybernetics?; Acton, Analysis of Straight-Line Data; Garnier, Cours de mathématiques générales; Wannier, Elements of Solid State Theory; Lurch, Fundamentals of Electronics; Van Wylen, Thermodynamics; Segré, Experimental Nuclear Physics III; Onsley, Biophysical Science—A Study Program; Spring, Photons and Electrons; Karta över Norra stjärnhimlen; Thernøe, Raketter, satellitter og drabanter; Troebst, Språnget mot månen; Hall, Satelliter och rymdfärder; Wagner, Analytical Transients; Kuethe/ Schetzer, Foundations of Aerodynamics; Crandall, Random Vibration; Wiberg, Laboratory Technique in Organic Chemistry; Neugebauer et al, Structures and Properties of Thin Films; Seel, Atombau und chemische Bindung; Kordes, Optische Daten zur Bestimmung anorganischer Substanzen mit dem Polarisations-Mikroskop; Elvers, Kemiska grunder för livet och kulturen 198

Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 216
Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen aug. 1960 219

Författare i detta häfte (omslagets andra sida); Insänd litteratur (sid. 227)

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Gemag AB; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget; Svenska Kemistsamfundet; Svenska Radio AB.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

KEMISTYRKET-FRAMTIDSYRKET

En andra utgåva av Svenska Kemistsamfundets broschyr om kemistyrket har nu utkommit. Första upplagan presenterades i Elementas dec. h. 1957:

»I denna vackert illustrerade broschyr lämnas en mycket trevlig redogörelse för de uppgifter som möter arbetarna i kemistyrkena: forskaren, driftsingenjören patentingenjören, läraren osv. Upplysningar om studietid, intagningsbestämmelser vid högskolor, löner och framtidsutsikter avslutar häftet.»

Broschyren erhålles kostnadsfritt och kan i begränsad omfattning rekvireras från Svenska Kemistsamfundets kansli, Stockholm 70. Tel 21 81 08.

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 16:50, pr häfte kr. 4:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Red. och utgivare: fil. dr C. E. Blom, Karlbergsv. 16, Stockholm.

Pärmar av grön klot à kr. 3:50; varje pärm avsedd för två årg.

Tidigare årg. Förfråga Eder direkt hos red. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:—, för årg. 35—38 kr. 12:50, och för årg. 39—42 kr. 15:—.

Problemhäften för åren 1953, 1954, 1955 à 1:40, för 1956 à 2:20 och för 1957, 1958 och 1959 à 2:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

En förteckning över utgivna särtryck återfinnes i tidigare häften.

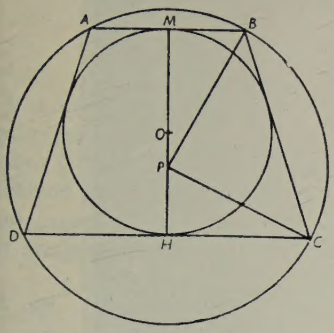
Problemhäften och övriga särtryck skickas per post (porto 15 öre per häfte), om inbetalning sker till Elementas postgiro 52755 (skriv rekvisition å giro-kupongen).

Författare i detta häfte: docent G. Bergendal, Lund; fil. dr P. Bergvall, Uppsala; lektor L. Bjellerup, Lund; fil. lic. E. Bladh, Lund; docent G. Blom, Malmö; lektor D. Borg, Hälsingborg; docent D. Carlström, Stockholm; fil. lic. G. Drougge, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; fil. lic. M. Helde, Stockholm: fil. lic. E. Karlsson, Uppsala; fil. mag. L. Kihlborg, Uppsala; fil. kand. G. Kjellberg, Stockholm; docent K. Kristiansson, Lund; fil. kand. B. Lamm, Stockholm; lektor C. Lönnqvist, Södertälje; civiling. G. Markesjö, Stockholm; professor F. Odqvist, Stockholm, tekn. lic. J. Petersson, Göteborg; fil. mag. T. Renander, Fagersta; fil. lic. H. Riesel, Stockholm; lektor L. Råde, Göteborg; assistent L. Sandin, Stockholm; A. Simonsson, Höllviksnäs; docent E. Staffansson, Göteborg; lektor G. Starck, Stockholm; lektor B. Svenonius, Göteborg; civiling. D. Thunqvist, Stockholm; adjunkt J. Unenge, Solna; docent H. U. Åström, Stockholm.

Bilaga: Lindståhls Bokhandel

"Böckerna kan varmt rekommenderas..."

Lärartidningen



VERNER CARLSON

MATEMATIK *för realskolan*

***Del 1* för klass 1^4** **Hft. 4:85 (2:53) G**
***Del 1* för klass 1^3 (ht)** **Hft. 3:65 (1:93) G**

"...klara, rediga och vederhäftiga samt bär vittnesbörd om författarens långa erfarenhet som matematiklärare. *Rekommenderas på det livligaste.*"

Läroboksnämndens granskare

***Del 2* för klass 1^3 (vt)—2^3 och 2^4—3^4** **Hft. 4:85 (2:53) G**

"Läroboken har stora förtjänster..."

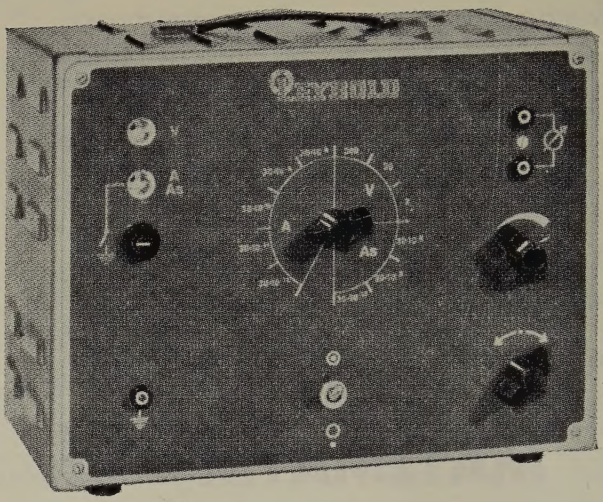
Läroboksnämndens granskare

***Del 3* för klass 3^3 och 4^4** **Utk. hösten 1960**

Beställ lärarex. genom att sätta in beloppen (priser på lärarex. inkl. oms. inom parentes) på postgiro 758. Ange på kupongen vad beställningen avser.

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758



LEYBOLDS MÄTFÖRSTÄRKARE

FÖR SKOLOR

Mätområden: 30×10^{-8}A 30×10^{-9}A
30×10^{-10}A 30×10^{-11}A 30×10^{-12}A

Begär specialprospekt

TAG KVALITET · TAG LEYBOLD

främst för laboratoriet —

RUDOLPH GRAVE AB

ETABLERAD 1874

STOCKHOLM Tel 23 37 80

GÖTEBORG Tel 27 51 35

MALMÖ Tel 381 25

Komplexometrisk titrering

Av fil. lic. Einar Bladh, Kemiska Institutionen, Lund

Vid titreringen av en syra, t. ex. 0,1-n saltsyra med 0,1-n natronlut, beskrives sambandet mellan lösningens pH och tillsatt lut av en S-kurva (fig. 1). Med hjälp av en pH-mätare och en glas- resp. kalomel-elektrod kan denna kurva lätt experimentellt bestämmas. Den kraftiga ändringen av pH omkring ekvivalenspunkten (E. P.) gör det möjligt, att analytiskt utnyttja kurvan.

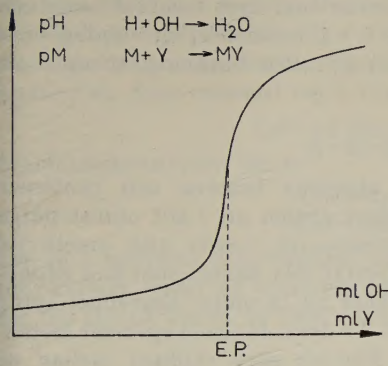


Fig. 1. Titrering av en syra med lut. Titrering av en metall M med en ligand Y under bildning av ett komplex MY.

Möjligheten att titrera metalljoner har för vissa speciella fall varit känd länge. Här har det emellertid varit specifika reaktioner som utnyttjats. Titreringarna av silver med rodanid och järn med permanganat kan vara värda att omnämnas. Det skulle vara värdefullt, om man med en allmän metod kunde titrera metaller (M) på samma enkla sätt som syror kan bestämmas med lut. Istället för ändringen i pH skulle, efter tillsats av något reagens, ändringen i pM följas enligt definitionen $pM = -\log [M]$. En kurva motsvarande pH-kurvan borde därvid erhållas (fig. 1). — Denna artikel skall handla om hur detta blev möjligt att realisera.

Först skall en allmän orientering lämnas om förutsättningarna för titreringen av syra med bas enligt reaktionen

$$H^+ + OH^- = H_2O$$

Uppsatsen ansluter sig till ett föredrag vid sammanträde i Föreningen Lund för matem.-naturv. undervisning, nov. 1959.

1. Reaktionen går momentant.
2. Vätejonen (protonen) reagerar med hydroxyljonen i förhållandet 1:1.
3. Reaktionen är starkt förskjuten åt höger.

Den sista punkten är synnerligen viktig med tanke på skärpan vid bestämningen av E. P. Som mått på en jämviktsreaktions läge anges ofta stabilitetskonstanten (lika med det inverterade värdet av det bildade ämnets dissociationskonstant). För ovanstående reaktion är denna 10^{14} vid rumstemp. Ett krav på minst 10^{7} är nödvändigt för god titreringsskärpa.

Den schweiziske kemisten Gerold Schwarzenbach åhörde 1938 ett föredrag av G. N. Lewis. I detta föredrag utvecklade Lewis sin teori om syror och baser. Han klassificerade som syra-bas-reaktioner sådana, i vilka ett fritt elektronpar (:) i basmolekylen upptages av syramolekylen under bildning av en kovalent bindning, schematiskt enligt formeln

$$S\overset{\downarrow}{\boxed{\quad}}+(:)B=S-B$$

I denna definition inkluderas de klassiska baserna och protonen. Protonen reagerar med hydroxyljonen genom att i sitt ofullständiga elektronskal upptaga det fria elektronparet. Lewis gick emellertid vidare och menade, att med syror förstås alla ämnen som kan expandera sitt elektronskal. Nya ämnen kom nu in under begreppet syror t. ex. BF_3, SO_3, $AlCl_3$, Cu^{2+}, Ni^{2+}, Ag^{+}. Av dessa fångade speciellt metalljonerna Schwarzenbach's intresse. För att göra skillnad mellan de klassiska syrorna och de nya syrorna, med tanke på deras reaktion med baser (elektrondonatorer), infördes för de senares del begreppet koordination, istället för neutralisation. Föredraget inspirerade Shwarzenbach att söka efter en koordinationspartner (låt oss kalla den Y) för metalljonerna, som skulle motsvara hydroxyljonen för vätejonen. Reaktionen mellan metalljonen M och Y kan då skrivas

$$M+Y=MY$$

Följande krav uppställdes på reaktionen:

1. Den skall vara momentan.
2. M och Y skall reagera i ett bestämt molförhållande och helst i förhållandet 1:1 oberoende av valensen på M.
3. Jämvikten skall vara starkt förskjuten åt höger, dvs. stabilitetskonstanten skall vara stor och helst större än 10^{7}.
4. MY skall vara löslig i vatten.

Ovanstående krav är, som tidigare omnämnts, uppfyllda för titreringen av vätejonen med hydroxyljon. Önskemålet under punkt 2, om

reaktion i molförhållandet 1:1 kan synas vara rätt optimistiskt med tanke på metallernas divergerande koordinationsförhållanden. I det följande skall redogöras för hur alla dessa krav på det mest sagolika sätt kunnat uppfyllas.

Schwarzenbach löste problemet i tre etapper: försök med resp. ammoniak, polyaminer och aminokarbonsyror.

Schwarzenbachs tre etapper

1. Försök med ammoniak. Vid letandet efter komponenten Y kastade han först sina blickar på ammoniakmolekylen med ett ensamt elektronpar på kvävet (:NH_3). Sedan länge var det känt, att åtskilliga metaller, t. ex. koppar, zink, nickel och kadmium, bildade starka amin-komplex, lösliga i vatten. Stabilitetskonstanterna för alla dessa helt utbildade komplex är samtliga större än 10^7 och reaktionshastigheten stor. Förutsättningar borde alltså finnas att titrera dessa metaller med ammoniak. Som exempel tages koppar.

$$Cu^{2+} + 4\,NH_3 = Cu(NH_3)_4^{2+}$$

Stabilitetskonstanten fås ur

$$\frac{[Cu(NH_3)_4^{2+}]}{[Cu^{2+}] \cdot [NH_3]^4} = 10^{12,6}$$

Om pCu uppritas som funktion av tillsatt antal moler ammoniak per mol koppar under en titrering, så fås följande bild (heldragen linje i fig. 2). Denna kurva är inte analytiskt användbar. Någon stark änd-

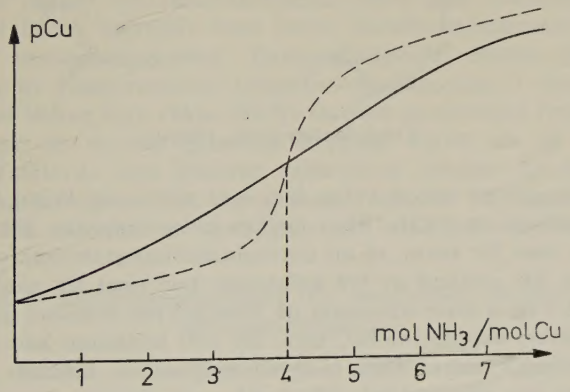
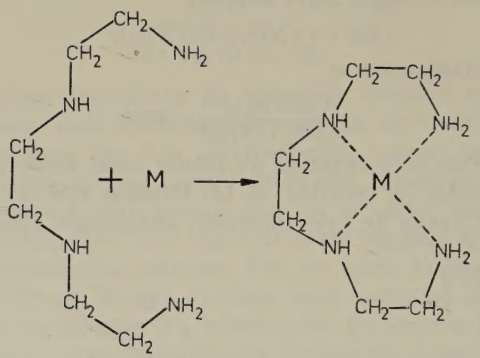


Fig. 2. Titrering av koppar med ammoniak.

ring av pCu omkring E. P. (fyra moler ammoniak) sker inte. Motsvarande kurvor erhålles även för de andra metallerna. Vad kan då vara orsaken till detta nedslående resultat? Förklaringen ligger i att

ammoniak reagerar med kopparjonen stegvis så, att först anlagras en ammoniakmolekyl, sedan ytterligare en osv., tills fyra stycken har reagerat. Varje steg är åtföljt av en stabilitetskonstant på ca 10^3, och $10^{12,6}$ utgör produkten av dessa delkonstanter. Om antagandet gjordes, att alla fyra ammoniakmolekylerna reagerade samtidigt, skulle den streckade kurvan i fig. 2 erhållas. Denna kurva är däremot fullt användbar för E. P.-bestämning. Schwarzenbach's tanke var nu att försöka finna en möjlighet för alla ammoniakmolekylerna att reagera samtidigt.

2. Försök med polyaminer. Om flera (t. ex. fyra) amingrupper kunde byggas in i samma molekyl, så vore alla kväveatomerna på plats, för att kunna reagera samtidigt, då denna molekyl stöter ihop med en metalljon. Åtskilliga sådana substanser undersöktes, och det visade sig att resonemanget varit fullt riktigt. Trietylentetramin (kallad »trien») anföres som exempel.



Trietylentetramin, »trien».

Formeln ger en vision av en klo, som sluter sig kring bytet. Förbindningslänkarna (-CH_2-CH_2-) mellan kväveatomerna får inte vara för långa eller för korta, så att normala bindningsavstånd och vinklar äventyras. Ett avstånd av två kolatomer har visat sig vara bäst i de flesta fall. Fig. 3 visar utseendet på titrerkurvor erhållna med »trien».

Kvicksilver, koppar, nickel, zink, bly och kadmium kan bestämmas med stor noggrannhet. Järn, mangan, magnesium, kalcium och alkalimetallerna kan däremot inte alls bestämmas. Stabilitetskonstanten för jämvikten

$$\frac{[\text{M-trien}]}{[\text{M}] \cdot [\text{trien}]} = \text{K}$$

visas i tabell 1.

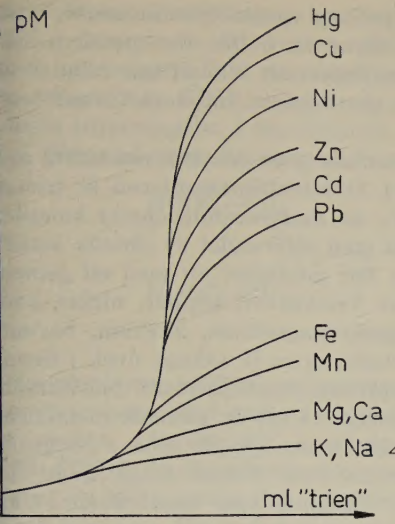
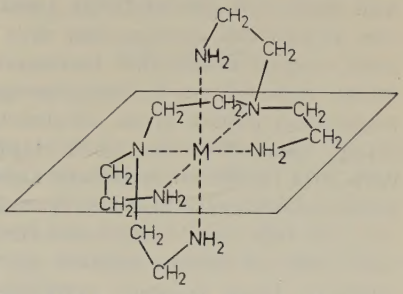


Fig. 3. Titrering av metaller med »trien».



Pentaetylenhexamin, »penten».

Alla de krav, som uppställts på ämnet Y, uppfylles av »trien» för metallerna i denna tabell. För kopparns del, i jämförelse med totalkonstanten $10^{12,6}$ för ammoniak, erhålles en förbättring av nästan åtta tiopotenser om de fyra kväveatomerna sitter i en trienmolekyl. De övriga metallerna uppvisar även bättre stabilitetskonstanter än motsvarande ammoniakkomplex. Detta glädjande faktum beror på bildningen av ringstrukturer (chelater=kloliknande). I formeln för »trien» med M kan man räkna till tre stycken femhörniga ringar. Femringen utgör en mycket gynnsam struktur, därför att de naturliga bindningsvinklarna inte behöver deformeras mycket. Att deformera en bindning kräver en viss energimängd, som för femringen kan inbesparas och därmed ge molekylen god stabilitet. En annan och

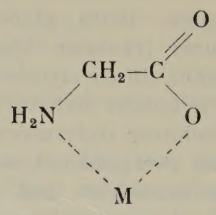
Tabell 1. Stabilitetskonstanter för ammoniak-, »trien»- och »penten»-komplex.

Metall	Log K (NH_3)	Log K (trien)	Log K (penten)
Hg^{2+}	—	25,0	—
Cu^{2+}	12,6	20,1	22,4
Ni^{2+}	8,5	14,1	19,3
Zn^{2+}	9,1	11,9	16,2
Cd^{2+}	6,9	10,8	16,8
Pb^{2+}	—	10,4	—

effektivare substans än »trien» är »penten» (pentaetylenhexamin) innehållande sex kväveatomer. Detta ämne är bättre för metaller med koordinationstalet sex. Här finns möjlighet att utbilda inte mindre än fem stycken femringar med M som centralatom. En stereoformel återfinnes å föregående sida.

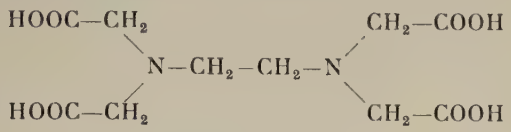
M ligger med fyra bindningar i samma plan och två vinkelräta mot planet (som axlarna i en oktaeder). Stabilitetskonstanterna är nästan genomgående tio tiopotenser större än motsvarande öppna komplex med ammoniak (chelateffekt). I och med införandet av sådana ämnen som »trien» och »penten» har man fått möjlighet att med ett gemensamt reagens kvantitativt bestämma kvicksilver, koppar, nickel, kadmium, zink, bly m. fl. Järn, mangan, magnesium, kalcium, barium, aluminium, vismut, krom, alkalimetallerna m. fl. saknas dock i denna grupp. Sporrad av den goda etappframgången fortsatte Schwarzenbach sina försök att modifiera ämnena, så att de missade metallerna kunde inkorporeras bland de lyckade. Denna uppgift löstes i etapp tre.

3. Försök med aminokarbonsyror. Sedan länge hade det varit känt att många metaller ger komplex med karbonsyror, t. ex. ättiksyra. Dessa komplex utmärktes emellertid inte av någon större stabilitet. Under etapp 2 gjordes den viktiga erfarenheten, att ringformiga komplex på ett markant sätt ökade stabiliteten. En kombination av karboxylgrupp och amin skulle principiellt ha möjlighet att med M ge ringstruktur. I princip bör alltså ämnet vara av aminosyra. Det enklaste fallet utgör aminoättiksyra, som med M kan ge nedanstående ringstruktur (obs. femring):



De flesta metallers koordinationskrav kan emellertid inte uppfyllas av en enda aminoättiksyramolekyl. Flera molekyler kommer därför att reagera med M och ge upphov till en stegvis förlöpande reaktion. I etapp 1 visade ammoniakexemplet att detta var mycket ogynnsamt. Ett experiment verifierar också att så är fallet. Nästa steg blir då att förse molekylen med så många »fångstarmar», att koordinationskravet (i de flesta fall en oktaederstruktur) kan tillgodoses i ett enda reaktionssteg. Av alla framställda »flerarmade» aminokarbonsyror utmärkte sig särskilt en, som fått en enorm betydelse. Denna syra,

etylendiamintetraättiksyra, har fått många namn, av vilka kan nämnas EDTA, komplexon III, versen, titriplex III och trilon B. Schwarzenbach publicerade 1945 sina undersökningar över dessa syror. Nu, 15 år senare, har EDTA svingat sig upp till tätposition bland alla använda titrerreagens. I det följande skall därför särskild uppmärksamhet riktas på detta ämne med formeln



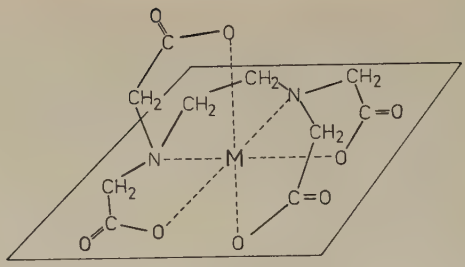
Etylendiamintetraättiksyra.

Den påminner mycket om »penten» och kan faktiskt kallas för en kompromissmolekyl mellan »penten» och ättiksyra, genom att de fyra grupperna $-CH_2-CH_2-NH_2$ i »penten» utbytts mot fyra ättiksyrarester $-CH_2-COOH$. En oktaederstruktur med fem stycken femringar har möjlighet att bildas enligt den ovanför fig. 4 angivna stereoformeln. Fig. 4 visar kurvorna för en hel serie metaller.

De i etapp 2 missade metallerna ger nu mycket goda pM-ändringar i E. P. Det finns emellertid fortfarande en del metaller, som inte går att titrera med EDTA. Dessa utgöres av de en-värda metallerna silver, kalium, natrium, litium m. fl. Naturligtvis kan man spekulera i möjligheten att finna ett reagens, som även omspänner dessa metaller. Försök har länge varit igång, men utan resultat. Detta gör emellertid inte så mycket, därför att silver har sedan länge kunnat bestämmas titrimetriskt, och med ett »konstgrepp» kan natrium titreras med EDTA. För kalium har det kommit ett bra reagens i natriumtetrafenylbor. Tabell 2 visar logK (EDTA) vid 25°C.

Tabell 2. Stabilitetskonstanter för EDTA-komplex.

Metall	log K (EDTA) 25°C	Metall	log K (EDTA) 25°C
Fe^{3+}	25,1	Cr^{2+}	13,0
Hg^{2+}	22,1	Ca^{2+}	10,6
Cr^{3+}	24,0	Mg^{2+}	8,9
Cu^{2+}	18,7	Sr^{2+}	8,6
Ni^{2+}	18,4	Ba^{2+}	7,9
Pb^{2+}	18,2	Bi^{3+}	20
Cd^{2+}	16,5	Al^{3+}	16,1
Zn^{2+}	16,4	Th^{4+}	23,2
Co^{2+}	16,1	Ag^{+}	7,3
La^{3+}	15,4	Li^{+}	2,8
Fe^{2+}	14,2	Na^{+}	1,7
Mn^{2+}	13,8		



EDTA-komplex.

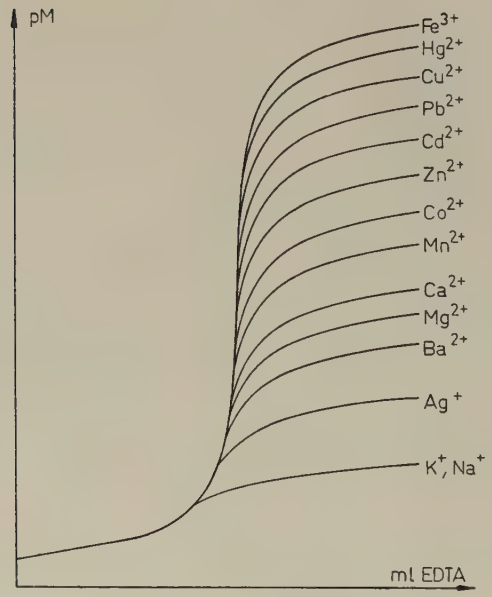


Fig. 4. Titrering av metaller med EDTA.

EDTA uppfyller alla de ställda kraven på ämnet Y; sålunda är reaktionshastigheten stor (med få undantag), och oberoende av metallens valens sker reaktionen i molförhållandet 1:1 (åtminstone i utspädda lösningar). De bildade produkterna är lösliga i vatten och har goda stabilitetskonstanter.

EDTA är ett vitt pulver. Det är en fyrbasisk syra, som i förkortning kan skrivas H_4Y. Två av protonerna är måttligt sura med $pK_1=2{,}0$ och $pK_2=2{,}67$, de två övriga rätt svaga med $pK_3=6{,}16$ och $pK_4=10{,}26$. De två sistnämnda sitter på kväveatomerna, varför en s. k.

betainstruktur föreligger ($H_3N^+....COO^-$). I vattenlösning kan följande former finnas: H_4Y, H_3Y^-, H_2Y^{2-}, HY^{3-}, Y^{4-}. Den mest representerade beror på lösningens pH. I starkt sur lösning pH<2 dominerar H_4Y, i starkt alkalisk lösning pH>11 Y^{4-}, för 3<pH<6 H_2Y^{2-} och för 6<pH<10 HY^{3-}. Syran är tämligen svårlöslig i vatten. Dinatriumsaltet Na_2H_2Y är mycket lättlösligt och användes därför vid beredningar av lösningar som är stabila och har ett pH=4,8. De i tabell 2 redovisade konstanterna kommer från reaktionen

$$M^{n+} + Y^{4-} = MY^{n-4}$$

och sambandet

$$\frac{[MY^{n-4}]}{[M^{n+}] \cdot [Y^{4-}]} = K_{MY}$$

Som ovan sagts måste pH>11 för att Y^{4-} skall föreligga som huvudpart. Ett sådant extremt pH måste medföra, att de flesta metaller fällts ut som hydroxider. I praktiskt bruk är det nödvändigt att pH<11 för undvikande av utfällning. Detta medför, att man får räkna med andra reaktioner som t. ex.

$$M^{n+} + H_2Y^{2-} = MY^{n-4} + 2H^+ \text{ vid } 4<pH<5$$
$$M^{n+} + HY^{3-} = MY^{n-4} + H^+ \text{ vid } 7<pH<9$$

Obs. att bildandet av $2H^+$ och H^+ medför en successiv sänkning av pH.

För att undvika pH-sänkningen tillsättes en buffert. En mycket vanlig buffert är salmiak-ammoniak för pH 8 till 11 och acetat-ättiksyra för pH 4 till 6. Närvaron av ammoniak komplicerar bilden ytterligare hos de metaller, som även ge ammoniakkomplex. För koppar kommer reaktionen

$$Cu^{2+} + 4NH_3 = Cu(NH_3)_4^{2+}$$

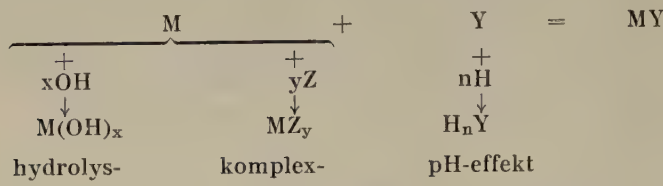
att konkurrera med

$$Cu^{2+} + HY^{3-} = CuY^{2-} + H^+$$

Teoretiska beräkningar för titrering med EDTA

Titreringsmiljön har sålunda ett inflytande på reaktionen mellan EDTA och metallen och kommer att bestämma reaktionens jämviktsläge. För analytikern är det av stort intresse att kunna beräkna hur pass kvantitativt en reaktion går. De i Tab. 2 givna konstanterna kan i regel inte användas direkt, därför att i dessa har ingen hänsyn tagits till bireaktioner orsakade av titreringsmiljön. En särskild miljökonstant har införts för att beräkningar skall kunna göras (konstruktion av titrerkurvor, titrerfel m. m.). Denna nya införda konstant, som i själva verket inte är någon riktig konstant, har fått många namn, av vilka kan nämnas effektiv- eller konditionell konstant (förkortas K_E eller K_{H,NH_3} t. ex.).

Den från början enkla reaktionen M+Y=MY har blivit utsatt för diverse sidoeffekter. Dessa uppdelas i hydrolys-, komplex- och pH-effekt. Följande schema åskådliggör sammanhanget.



Z användes i allmänhet för att upphäva hydrolyseffekten. En väl avvägd salmiak-ammoniakbuffert hindrar utfällningen av t. ex. koppar-, zink-, kadmium-, kobolt- och nickelhydroxid.

För att kunna göra en beräkning av K_E måste den kvantitativa storleken av dessa effekter kännas. I form av s. k. alfa-koeff. (α_H, α_Z, α_{OH}) finns dessa effekter tabellerade (kan lätt uträknas ur kända jämviktsvillkor). Log K_E fås ur sambandet.

$$\log K_E = \log K - \log \alpha_H - \log \alpha_Z - (\log \alpha_{OH})$$

där log α_{OH} är satt inom parentes, därför att denna effekt ofta är upphävd med hjälp av hjälpkomplexbildaren Z. Optimala titrerbetingelser inträffar om $K_E = K$, dvs. då $\log \alpha_H = \log \alpha_Z = \log \alpha_{OH} = 0$. Är ett sådant fall möjligt? En första förutsättning är att $\log \alpha_Z = 0$. För att $\log \alpha_H = 0$ måste pH>11. Om pH sjunker under 11, växer $\log \alpha_H$ raskt. Kontentan blir, att ur α_H-synpunkt skall miljön vara starkt alkalisk. Endast kalcium och barium har i utspädd lösning lösliga hydroxider, alla andra metaller är utfällda. Det värde på lösningens pH som gör $\log \alpha^{OH} = 0$ beror på den enskilda metallen, men allmänt kan sägas, att ju surare, desto fördelaktigare ur α_{OH}-synpunkt. Två krav står emot varandra. Bägge kan inte uppfyllas samtidigt (omöjligt att en lösning både skall vara starkt alkalisk och starkt sur). En kompromiss måste göras. Det bör finnas ett pH, så valt, att $\log \alpha_H + \log \alpha_{OH}$ är minimum, vilket betyder att log K_E är maximum. Avviker pH åt endera hållet, sker en sänkning av log K_E. Fig. 5 visar log K_E som funktion av pH (aluminiumfallet).

En typisk max.kurva fås. Om linjen för log $K_E = 7$ (kravet för god titrerbarhet) drages, så erhålles det pH-intervall, inom vilket metallen är möjlig att bestämma. I litteraturen finns kurvorna för olika metaller att tillgå. Med kännedom om alfa-koefficienten kan man dock själv konstruera dem. För analytikern utgör alfa-koeff. ett viktigt »instrument att spela på». Detta kan belysas av följande enkla utredning. I det praktiska livet förekommer ofta blandningar av flera metaller i

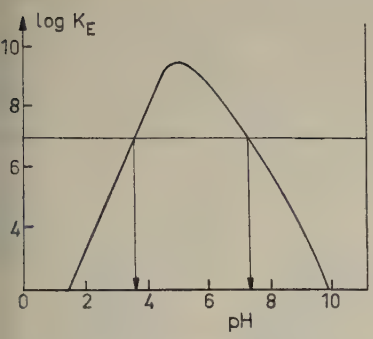


Fig. 5. Al-EDTA komplementets konditionella konstant som funktion av pH.

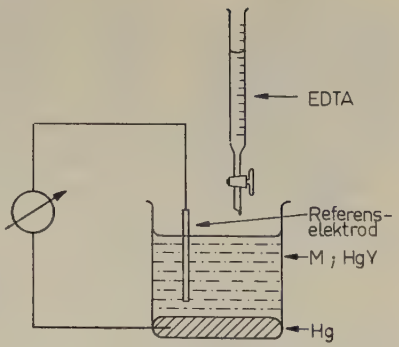


Fig. 6. Principschema för pM-titrering.

samma prov. Den klassiska metoden med selektiv utfällning och inaskning är tidsödande och arbetsam. Istället göres en studie av alfa-koeff., och med ledning härav kan kanske en väg finnas, som tillåter en selektiv titrering av de olika metallerna, utan föregående separering. Förekommer t. ex. kalcium och magnesium i blandning, bestämmes först summan vid pH=10, i ett annat prov göres pH=12, varvid log α_{OH} för magnesium vuxit så mycket att log $K_{E(Mg)} \ll 7$. För kalcium är log α_{OH} vid pH=12 försumbar och sålunda log $K_{E(Ca)} = \log K = 10{,}6$, dvs. endast kalcium titreras. Magnesium fås ur differensen. Exempel på »spel» med α_Z koeff. utgör blandningen bly och zink. Summan fås vid pH=10 (genom tillbakatitrering), i ett annat prov kopplas zink bort med cyanidjon (maskeras), ty log $\alpha_{CN(Zn)}$ är mycket stor och endast bly bestämmes. Vid pH=1 är alla metaller utom järn satta »ur spel» genom α_H-koeff., varför järn nästan alltid kan bestämmas i närvaro av alla andra metaller. Detta får räcka som exempel på den nytta analytikern har av dessa koefficienter.

Metoder för indikering av ekvivalenspunkten

I det föregående har ingenting sagts om indikeringsförfarandet av ekvivalenspunkten. Den tidigaste metoden grundar sig på sänkningen av pH i reaktionen

$$M^{n+} + H_2Y^{2-} = MY^{n-4} + 2H^+$$

Till metallsaltlösningen, vars pH skall vara 4,7, sättes EDTA i litet överskott. De bildade vätejonerna titreras med lut. En lämplig indikator är bromkresolgrönt, som slår om vid pH=4,7. Åtgången lut blir ett mått på mängden metall. Överskottet EDTA får inte vara för stort,

ty då verkar detta buffrande vid pH=4,8 och gör omslaget oskarpt. Denna metod kallas »titrering med pH-effekt». Den saknar numera praktisk betydelse.

Ett önskemål vore naturligtvis att få fram metallindikatorer, som skulle kunna användas på samma smidiga sätt som pH-indikatorerna. Stor möda lägges ned på detta projekt. Principiellt gäller det att finna färgämnen, som ger metallkomplex, vars färger är skilda från färgämnets. Betecknas indikatorn med I, kan reaktionen med M skrivas

$$\underset{\text{blå}}{M} + \underset{}{I} = \underset{\text{röd t. ex.}}{MI}$$

En stabilitetskonstant kan även erhållas för denna reaktion ur sambandet

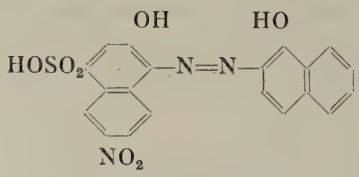
$$\frac{[MI]}{[M] \cdot [I]} = K_{MI}$$

Om K_{MI} är mycket mindre än K_{MY}, så gäller vid tillsats av EDTA till en lösning med M och Något MI (från indikatorn) och då M förbrukats:

$$\underset{\text{från röd till blå lösning}}{MI + Y = MY + I}$$

EDTA kan konkurrera ut indikatorn och ge ett färgomslag vid E. P. Är K_{MI} större än K_{MY}, sker inget omslag. Ofta är dessa metallindikatorer dessutom pH-indikatorer. Lösningens pH måste därför fixeras med en buffert, och vidare skall pH väljas så, att indikatorns färg bäst kontrasterar mot metallkomplexets. Två indikatorer, som fått stor användning, skall omnämnas.

Eriokromsvart T:

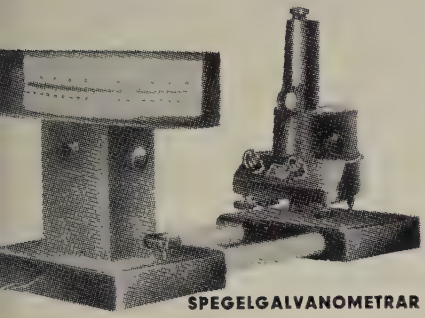


För pH mellan 7 och 11 är indikatorn blå och metallkomplexen röda. Utanför detta pH-intervall kontrasterar inte färgen tillräckligt mot de röda komplexen. Villkoret $K_{MI} < K_{MY}$ är uppfyllt för magnesium, zink, kadmium och bly men inte för kobolt, nickel, koppar, aluminium och järn. De förstnämnda metallerna kan titreras med goda färgomslag. Av den senare gruppen går det att bestämma aluminium med eriokromsvart T, om en tillbakatitrering utföres snabbt (mera härom senare).

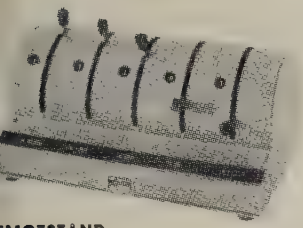
Rühstrat

RANSFORMATORER · REGULATORER
MOTSTÅND · SPEGELGALVANOMETRAR
ANSLUTNINGSKLÄMMOR

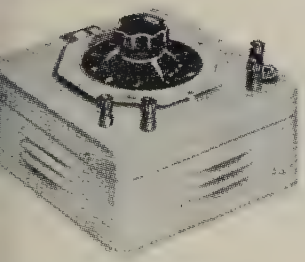
NU SOM LAGERVARA!



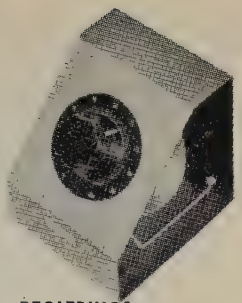
SPEGELGALVANOMETRAR
Typ KSGL



TMOTSTÅND
admotstånd och enkla mätmotstånd.
noggrannhet 0,5—0,02 %



RIDTRANSFORMATORER
,15—15 kVA, 1-fas—3-fas



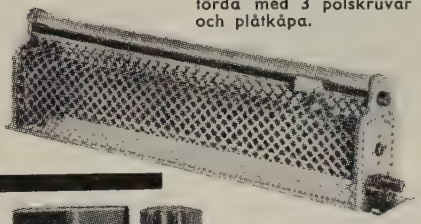
REGLERINGS-MOTSTÅND

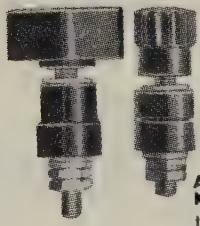
Vridmotstånden lagerföres i effektstorlekar 10—500 W. För laboratoriebruk kan motstånden, som den övre bilden visar, levereras plåtkapslade.

Skjutmotstånden lagerföras med följande data:

Rör-storlekar mm	Belastning Watt
200×40	100—180
300×40	150—300
400×40	225—420
400×60	350—640

Skjutmotstånden äro utförda med 3 polskruvar och plåtkåpa.





ANSLUTNINGS-KLÄMMOR

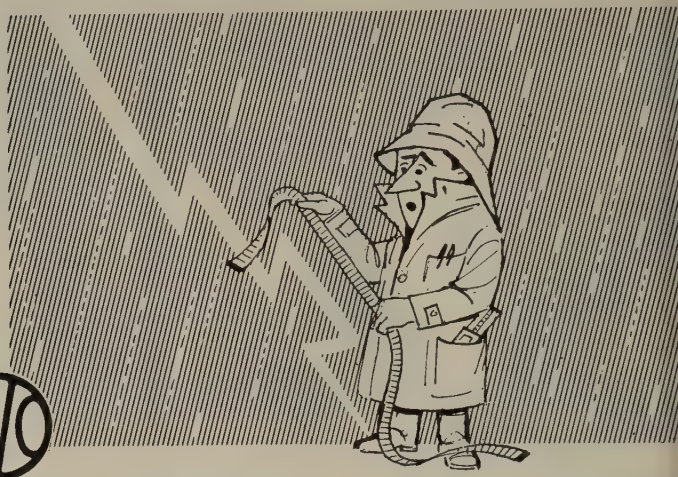
tillverkas i över 50 olika typer. Av dessa lagerföras c:a 15 typer i färgerna svart, rött och blått. Ej lagerförda typer kan levereras med kort varsel.

Generalagent:

INGENJÖRSFIRMA GEMAG AKTIEBOLAG

Kungsgatan 32, Stockholm C, tel. 21 75 75, 11 83 17

Har Ni rätta utrustningen för elektriska mätningar ?



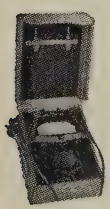
AVO-instrument

för att vara exakt

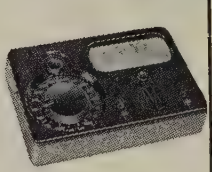
AVOMETER MOD. 8 är det rätta universalinstrument för den anspråksfulle teleteknikern. Det är lätt att handh lätt att avläsa, har god noggrannhet och tål tack vare robust konstruktion och ett speciellt överbelastningsskyd alla rimliga elektriska och mekaniska påfrestningar. AVO är högohmig, 20000 Ω/V, har polvändare, spegelskala oc 28 mätområden. Mäter även växelström upp till 10 A. F 25 kV likspänning finns separat tillsats.

Obs. sänkt pris
Nu kr. 425:–
Beredsk.väska Kr. 45:–

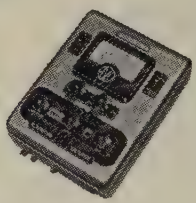
Begär prospekt med närmare uppgifter om AVO 8 och övrig AVO-instrument.



AVOMETER MOD. HD är det rätta instrumentet för den fordrande starkströmsteknikern. 1000 Ω/V, lik- o. växelström 10 A. Kr 285:–



AVO MULTIMINOR MOD. 1, 10000 Ω/V, 19 mätområden. Det rätta universalinstrumentet i fickformat för varje serviceman. Kr 95:–



AVO RÖRVOLTMETER MOD. E med LF uteff.-meter, 56 mätområden, l:ksp. 250 mV — 10000 V, väskmodell. Kr 860:–

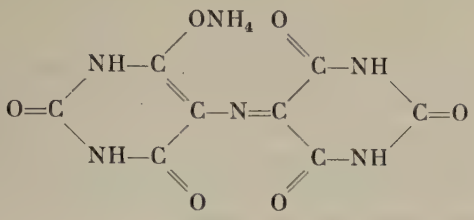
AVO RÖRMÄTBRYGGA MOD. V/3 mäter "kon ditionen" hos alla stan dardrör och upptar dera karakteristikor. Kr 1250:–

SRA

SVENSKA RADIOAKTIEBOLAGE

Alströmergatan 14 — Stockholm 12 — Tel. 223140
Filialer i Göteborg, Malmö, Norrköping, Sundsvall, Örebro

Murexid (purpursyrans ammoniumsalt):



För pH mellan 9 och 13 är indikatorn violett och villkoret $K_{MI} < K_{MY}$ är uppfyllt för kalcium, nickel, kobolt och koppar. Metallerna ger olika färg med murexid, sålunda är kalcium röd, koppar orange, kobolt och nickel gula. Kalciumomslaget är inte skarpt, och bättre indikatorer finns numera för denna metall. De övriga ger bra omslag.

Slutligen kan kort omnämnas, att det sedan några år tillbaka finns en pM-elektrod. Det går nu lika lätt att ta upp en pM-kurva som en pH-kurva (fig. 1). Elektroden är synnerligen enkel och består av en kvicksilveryta samt en referens (t. ex. kalomelelektrod). Till lösningen sättes också en liten kvantitet kvicksilver-EDTA-komplex. På ett instrument följes ändringen i millivolt för varje tillsats av EDTA. Någon allmän gradering i pM-enheter kan naturligtvis inte göras. Principskiss enligt fig. 6.

Olika titreringsförfaranden

1. Direkt titrering.
   Till den utspädda metallsaltlösningen (lämpligen 0,01-molar) sättes buffert och eventuellt någon hjälpkomplexbildare, för att hindra utfällning av hydroxid. Efter tillsats av indikator titreras med EDTA till tydligt omslag.
2. Tillbakatitrering.
   Till den utspädda metallsaltlösningen sättes en känd mängd av EDTA och därefter buffert och indikator. Med en känd metallösning titreras överskottet EDTA tillbaka. Om eriokromsvart T användes så är en magnesium- eller zinksaltlösning lämplig. Denna metod användes dels för metaller, som inte har någon lämplig indikator för direkt titrering, dels för metaller, som är svåra att hålla i lösning (sakna hjälpkomplexbildare) eller inte reagerar momentant med EDTA (t. ex. aluminium).
3. Substitutionstitrering.
   Magnesium-EDTA komplexet (MgY) finns tillgängligt i handeln, och om en lösning (0,1-m) av detta preparat sättes till ett prov med en

metall M, som har en större stabilitetskonstant än magnesium, sker följande reaktion:

$$M^{n+} + MgY^{2-} = MY^{n-4} + Mg^{2+}$$

En mot M ekvivalent mängd magnesium frigöres, och efter tillsats av buffert och eriokromsvart T titreras frigjort magnesium med EDTA. Ytterligare några specialförfaranden finns. Redoxtitreringar och bestämningar av vissa anjoner över svårlösliga föreningar kan nämnas. Vid mycket utspädda lösningar är indikatoromslaget svårt att se, och en titrering i fotometer får tilllgripas.

Litteratur

Gerold Schwarzenbach, Die komplexometrische Titration. Stuttgart 1957.

R. P. Bell, Acids and Bases, Their Quantitative Behaviour. London 1952.

I. M. Kolthoff, Philip J. Elving and Ernest B. Sandell, Treatise on Analytical Chemistry, Part 1. Theory and Practice. Volume 1. New York 1959.

Herbert A. Laitinen, Chemical Analysis. New York 1960.

Charles N. Reilley and R. W. Schmid, Chelometric Titrations with Potentiometric End Point Detection, Mercury as pM Indicator Electrode. *Analytical Chemistry,* Vol. *30*, No. 5, May 1958, p. 947.

Charles N. Reilley and Mary V. Sheldon, Selective Potentiometric Titration of Metal Ions with Triethylenetetramine. *Talanta,* 1958, Vol. *1*, p. 127.

Anders Ringbom, The Analyst and the Inconstant Constants. *J. Chem. Education,* 1958, Vol. *35*, p. 282.

Anders Ringbom, Metodval och metodkritik vid kemisk analys. Stockholm 1959.

Strålrisker och strålskydd

Av fil. lic. Matts Helde, Radiofysiska institutionen, Stockholm

Med strålrisk avse vi den biologiska osäkerhetssituation för individen eller släktet som framkallas av direkt eller indirekt joniserande strålning. Man brukar utgå från att den naturliga strålningen icke är förenad med någon skadlig verkan. Självfallet är detta svårt att bevisa, trots att den naturliga strålningen kan uppvisa variationer mellan olika geografiska områden med en faktor på upp till ca 50.

Den naturliga strålningen

Av den naturliga strålmängd vi utsättas för härrör ca 75 % från externa strålkällor. Större delen (2/3) av denna strålning tillskriva vi terrestrisk omgivningsstrålning, resten härleder sig från kosmisk strålning. Den terrestriska strålningen härrör i huvudsak från Ra, Th och U, deras radioaktiva sönderfallsprodukter samt från K^{40}. Den kosmiska strålningen utgöres vid atmosfärens gräns av protoner, alfapartiklar och någon procent tyngre kärnor med mycket hög energi ($>10^{10}$ MeV). Den primära, kosmiska strålningen är praktiskt taget helt absorberad på 20 km höjd, varvid i stället bildats fotoner, elektroner, positroner, neutroner, sekundära protoner och alfapartiklar, mesoner av olika slag etc. De komponenter härav som nå havets nivå utgöras i huvudsak av energirika fotoner, elektroner och mesoner.

En intressant reaktion, som utspelas i atmosfären till följd av de nämnda absorptionsprocesserna, är bildningen av den betastrålande isotopen C^{14} enligt reaktionen N^{14} (n, p) C^{14}. En del av energien i den kosmiska strålningen, en typisk extern bestrålningsform, tillföres oss nämligen genom denna reaktion i stället såsom intern radioaktiv strålning, sedan kroppen via den normala kolomsättningscykeln upptagit det C^{14} som växterna assimilerat ur atmosfären. Till den totala naturliga bestrålning vi utsättas för bidrager detta radiokol med ca 1 %. — Den största delen av den naturliga interna bestrålningen erhålla vi

Uppsatsen ansluter sig till ett föredrag vid Föreningens för matematisk-naturvetenskaplig undervisning årsmöte i Stockholm, januari 1959.

dock från radioaktivt K^{40}, som övervägande tillföres oss genom växternas upptagande av kalium. Därnäst i betydelse såsom interna strålkällor komma radium, de gasformiga emanationerna av radium och thorium samt dotterprodukterna därav. Samtliga kunna tillföras oss genom näringsmedel och dricksvatten, de gasformiga emanationerna till väsentlig del också genom inandning. En synpunkt som belyser radiums farlighet är att det såsom kemisk ersättare för kalcium kan ganska permanent infogas i benvävnaden och därmed bli en kronisk bestrålningskälla. Då en avsevärd del av blodbildande vävnad har sitt säte i vissa ben, utgör på det sättet förankrat radium en dubbel strålfara.

Strålskyddsproblemet kan, enligt vad som ovan framhållits, ej gälla strålning eller ej, utan det gäller att undersöka den bestrålning av främst den mänskliga organismen som vi anse oss kunna tillåta utan att en relativ stabilitet i vår nuvarande situation skall störas.

Röntgenstrålningen och dess skadeverkningar

Problemet om strålskador orsakade av utanför kroppen belägna strålkällor blev aktuellt nästan omedelbart efter upptäckten av röntgenstrålningen (1895). Av naturliga skäl var det verkningarna på huden som man först uppmärksammade.

Under det intensiva experimenterandets första skede måste man på grund av de primitiva strålkällornas ringa styrka arbeta mycket nära strålkällan, och de dåtida observationsmedlens ofullkomlighet medförde relativt långvariga experiment. Vissa delar av kroppen — händerna med vilka man i regel arbetade och ögonen med vilka iakttagelserna gjordes — erhöllo på så sätt förhållandevis stora strålmängder, vilket påskyndade framträdandet av den ofta mycket grava biologiska reaktionen. De tidigaste strålreaktionerna uppträdde därför med sådan påtaglighet, lokalisation och i sådan anslutning till det pågående arbetet, att kausaliteten mellan bestrålning och reaktion syntes odiskutabel. Man införde därför mycket snart på sina håll enkla arbetstekniska skyddsregler, såsom användning av strålabsorberande skärmar, iakttagande av vissa minsta avstånd till strålkällan etc. De grava skadorna försvunno därmed till en del ur bilden. Lättare, övergående hudrodnadsreaktioner uppfattade man tills vidare endast såsom ofarliga tributer till forskningen. Först efter åratal fick man anledning till omvärdering på den punkten.

Röntgenstrålarnas egenskap att genomtränga materien alltefter dess varierande sammansättning gav dem redan året efter deras upptäckande en fast position såsom diagnostiskt hjälpmedel inom medicinen. De iakttagna biologiska verkningarna av strålningen gjorde den

nästan samtidigt också till ett terapeutiskt medel. — De biologiska strålreaktionerna, som man tidigare sett på spridda fysikaliska laboratorier och som endast mera sporadiskt kommit till allmännare kännedom och då ofta med en otillfredsställande medicinsk beskrivning, blevo på det sättet lagda under medicinsk kontroll och observation och föremål för systematisk undersökning. Ett hinder för utvecklingen var emellertid att man under en ganska lång tid saknade tillfredsställande strålfysikalisk — objektiv — mätmetodik att referera de biologiska rönen till: man fick ställa dem i relation till biologiska standardprov. Den biologiska variationen kom på det sättet att göra sig gällande i dubbel måtto. Därtill kom att den tidens strålningsalstrande apparatur hade en lynnighet, på sitt sätt inte mindre än den biologiska variationen.

Några historiska uppgifter skola få illustrera den dåtida radiologiens problem och samtidigt låta oss lära känna några strålningseffekter av andra typer än de hittills antydda.

Under åren 1896—1902 publicerades en oavbruten serie meddelanden om skador på huden, väsentligen framkallade genom medicinskdiagnostisk användning av strålningen. Att med sifferuppgifter belysa förhållandena är vanskligt, då de mera banala fallen aldrig torde ha blivit beskrivna, men år 1902 publicerades i Amerika en sammanställning av där dittills inträffade hudskadefall av vikt. Arbetet upptager 172 exempel. I Frankrike utfördes samma år en liknande sammanställning, som redovisar cirka 50 fall.

Alla grader av reaktioner beskrivas: lätta rodnader med eller utan håravfall; starka rodnader med eller utan efterföljande pigmentering av huden samt hudavfjällning, blåsbildning och vätskeavsöndring, blödande sår av mer eller mindre svårläkt natur, och fullständigt sönderfall av huden och underliggande vävnad med åtföljande djupa, öppna, oläkbara sår. Man hade vidare observerat de elementära fakta, att reaktionsgraden ökade med den givna strålmängden (mätt i bestrålningstid och tillgängliga elektriska driftsdata) och att reaktionsstyrkan syntes försvagad ju mer en och samma strålmängd hade uppdelats i tiden. Man fann vidare att ju större strålmängd som givits desto snabbare framträdde en iakttagbar reaktion, och desto mer väldefinierad var slutreaktionen, samt att ju större yta som bestrålats desto mer förlöpte reaktionen som om en större stråldos blivit given. Man hade också iakttagit skador, som lång tid efter »läkning» blossat upp av till synes ovidkommande orsaker (mekaniska retningar etc.). Långtidsobservationerna kompletterades så småningom med iakttagandet av helt spontant uppträdande strålningseffekter av ny typ.

Under åren 1902—1907 beskrevos sålunda i tidskriftslitteraturen åt-

minstone tio fall av hudcancer, som uppenbarligen stodo i samband med många år tidigare erhållen röntgenbestrålning, och år 1908 åtminstone fem fall av cancer hos personer, som arbetat med röntgenstrålning under iakttagande av då tillbörlig försiktighet. Omkring år 1910 började därjämte i litteraturen beskrivas blodsjukdomar, anemier och leukocytopenier (reducerat antal röda resp. vita blodkroppar) med dödlig utgång, vilka måste sättas i samband med tidigare bestrålning.

Dessa observationer berörde icke blott direkt bestrålade patienter utan även dem som på grund av sitt arbete endast i ringa mån konfronterats med strålningen, då de sökt undvika direkt bestrålning och stora stråldoser. Det är sådana erfarenheter man avser med talet om »smygande förlopp» hos strålskadorna. Man ställdes på allvar inför problemet om bl. a. verkan av under lång tid upprepade bestrålningar med så små doser, att man med dittills gängse (makroskopisk) observationsteknik icke kunnat iakttaga några som helst primära strålverkningar.

Otillräckligheten hos den tidigare radiologiens synpunkter på skador och skydd demonstreras vid ett par tillfällen av påfrestningar med kraftig ökning av strålskadorna som följd: en skadevåg inträffade i samband med den ökade användningen av röntgen vid första världskriget och sammanhängde också med att nya röntgenrörstyper med väsentligt ökad utstrålning då kom i bruk; en ny våg kom i och med att bruket av röntgenstrålning omkring 1925 slog igenom såsom kontrollmetod inom industrin. — Inte minst på grund av sådana erfarenheter befarade man vid atomenergiens genombrott en ny risksituation. Denna möttes emellertid så skickligt, att atomkraftanläggningarna ur arbetarskyddssynpunkt blevo bland de säkraste bland industrier.

Radioaktiva strålkällor

Radioaktivitetens historia börjar året efter röntgenstrålningens. Sedan Becquerel 1896 upptäckt att uransalter utsända en strålning med fysikaliska egenskaper i vissa avseenden påfallande lika röntgenstrålningens, testades denna strålning snart också med avseende på biologisk verkan. Överensstämmelsen i verkningar var slående.

Även om utvecklingen på skyddsområdet vid arbete med radioaktiva ämnen förlöpte i stort sett analogt med den inom röntgenarbetet, fick skyddsproblemet beträffande radioaktiva substanser till en början aldrig samma räckvidd som då det gällde röntgen. Dels kunde man i fråga om extern bestrålning tillgodogöra sig erfarenheterna från röntgenområdet, dels voro, så länge man var hänvisad till naturligt radioaktiva ämnen, dessa ämnen dyrbara ting med en relativt be-

gränsad användning. I sistnämnda avseende är situationen nu helt annorlunda och manar till skärpt vaksamhet.

Kunde det fram till början av 1940-talet sägas, att spörsmålet om skydd mot joniserande strålning var begränsat och berörde allenast vissa läkare och sköterskor, patienter, tekniker och industriarbetare, så har det ju i dag blivit ett alla berörande strålskyddsproblem. I acceleratorer och atomreaktorer har man möjligheter att framställa radioaktiva ämnen i mycket stora mängder. De nya möjligheterna att med radioaktiva isotoper lösa för samhället betydelsefulla vetenskapliga och tekniska problem komma oundvikligen att medföra en viss höjning av den allmänna strålnivån. Mot bakgrunden av det sagda angående inverkan av små doser och ofta upprepad bestrålning visar detta mot en allvarlig problemställning, där en förbättrad observationsmetodik för fastställande av strålverkningarna på längre sikt måste eftersträvas. Vikten härav framgår än mera av de upptäckta strålverkningarna på arvsanlagen.

Genetiska effekter av joniserande strålning

Redan omkring 1910 hade försök utförts, som visade sannolikheten av förändringar hos arvsmassan genom röntgenbestrålning, men först H. J. Muller visade genom försök på bananflugan klart och entydigt att det var möjligt att väsentligt öka mutationsfrekvensen medelst joniserande strålning. Erfarenheten har visat, att det alldeles övervägande antalet mutationer äro negativa, dvs. innebära en försämring av arvsmassan. Medan man beträffande tidigare berörda strålskador erkänt sig äga föga exakta kunskaper om lagarna för summation av små doser till dess att symptomen framträder, har allmänna meningen beträffande uppkomsten av de genetiska skadorna länge varit den, att det föreligger en ren summation, så att varje dos, liten eller stor, har en mutationsutlösande verkan i proportion till sin storlek. Den allra senaste tidens forskningar synas dock ge vid handen att strålintensiteten också är av betydelse, på sådant sätt att låga intensiteter ge mindre verkningar än höga vid samma totala dos.

Arvsmasseförändringarna kunna sägas vara en typ av strålskador med en latenstid, som med nödvändighet måste sträcka sig åtminstone till nästföljande generation. Redan på grund av vad man vet om kromosomernas byggnad kan det förutsägas, att de strålframkallade förändringarna hos den nya generationen kunna beröra vilka egenskaper som helst. Att påvisa strålningseffekter över ett så brett egenskapsregister kräver ytterligare skärpning av iakttagelserna utöver vad som tidigare kommit ifråga. Det kräves också långvariga på statistiska metoder grundade observationer.

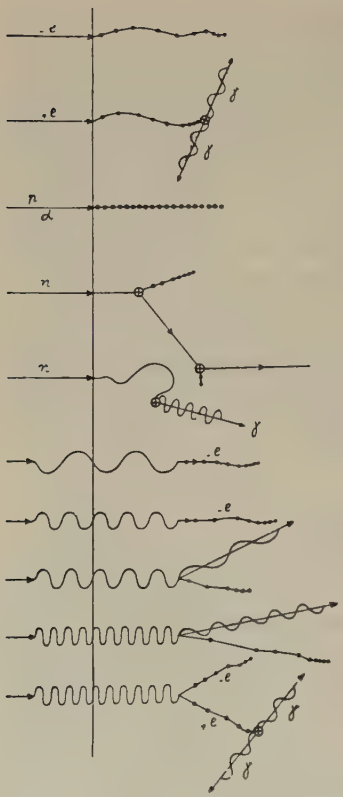


Fig. 1. Översikt över inträffande situationer vid växelverkan strålning-materia. Infallande strålslag (räknat uppifrån): elektroner, positroner, protoner eller alfapartiklar, neutroner (2 fall), fotoner (med stigande hårdhet). — Punkterna ange i materien utlösta excitationer eller jonisationer; γ = utlöst gammastrålning etc. (se vidare texten).

Biologisk förändring och strålningens mikroskopiska fördelning

Förutsättningarna för att de olika strålslag vi ovan mött skola framkalla biologiska förändringar äro sammanfattningsvis framställda i fig. 1. Punkterna till höger om den vertikala grundlinjen åskådliggöra inträffade excitationer eller genom jonisationer frigjorda elektroner. Det framgår av bilden hur varje strålslag som träffar materien kan ge upphov till molekylära excitationer och jonisationer, antingen omedelbart såsom vid bestrålning med elektroner, positroner, protoner, alfastrålning, röntgen och gammastrålning, eller medelbart såsom vid bestrålning med neutroner, vilka verka genom rekyljoner eller bildandet av radioaktiva kärnor, vars strålning joniserar vid sönderfall, eller genom gammastrålning som frigöres vid bildningen av den närmast tyngre isotopen av en atom, som upptagit en neutron.

Ett viktigt exempel på sistnämnda process är bildningen av tungt väte vid neutronbestrålning av den som regel starkt vätehaltiga vävnaden. Denna gammastrålning verkar sedan givetvis såsom vanlig gammastrålning. På liknande sätt reduceras bilden av positronstrålning, då positronen sammansmälter med en elektron under avgivande av gammahård förintelsestrålning. Av den tämligen ensartade slutgiltiga bild, som olika strålslag synas ge upphov till eller låta sig reduceras till vid påverkan av vävnaden, har man icke anledning att vänta sig några kvalitativt olika biologiska effekter av olika strålning. Vissa särdrag, såsom att alfastrålning företrädesvis ger ytliga skador, sammanhänga med dess ringa förmåga att penetrera materien. För betastrålning, som har genomsnittligt större genomträngningsförmåga än alfa- men mindre än gammastrålningen, väntar man sig, och finner, emot detta förhållande svarande verkningar.

Den dosimetri, som användes för att ställa den biologiska verkan i relation till strålningens fysikaliska karakteristika, är icke enhetlig utan varierar med hänsyn till de svårigheter man söker komma tillrätta med.

Biologiska förändringar och stråldoser

Hudens reaktionssätt är av naturliga skäl bland de bäst studerade organens och avviker principiellt icke från andra vävnaders eller organs. Tabell 1 ger en översikt över hudreaktioner vid olika stråldoser angivna i r (= röntgen). Definitionsmässigt, men något förenklat, är 1 r den gamma- eller röntgenstrålmängd som i 0,001293 g luft frigör 1 E. S. E. joner av vartdera tecknet. I fri och praktisk översättning innebär detta ca $2 \cdot 10^9$ jonpar per cm^3 luft, eller omräknat till den ca 1000 gånger tyngre kroppsvävnaden ca $2 \cdot 10^9$ jonpar per mm^3. För genomsnittliga kroppsceller, med volymer mellan 10^{-5} och 10^{-7} mm^3, betyder detta 20 000 resp. 200 bildade jonpar per cell.

Vissa allmänna drag i tabell 1 äro:

med avtagande dos minskar skadan, vare sig vi bedöma denna ur reaktionen såsom sådan eller ur dess varaktighet,

med avtagande dos ökar latenstiden mellan bestrålning och reaktion,

med avtagande dos ökar spridningen i det dosmedelvärde som är karakteristiskt för den betraktade skadetypen.

De sistnämnda punkterna kunna vi också uttrycka så, att ju lägre bestrålningsdosen är, desto mindre pregnant framträder kausalsammanhanget mellan bestrålningen och den genomsnittsreaktion vi er-

Tabell 1. Huvudreaktioner vid olika stråldoser.

Stråldos given på en gång	Hudreaktion litet strålfält	Ungefärlig latenstid	Reaktionens varaktighet
3000 r	Sönderfall av huden till djupa, öppna sår	2—8 dagar eller ännu kortare tid	I regel omöjligt att uppnå varaktig läkning
3000—2500 r (2750±9%)	Svårläkta blödande sår	1/2—1 vecka	Läkning först efter flera månader, kvarstående ärrbildning
2500—2000 r (2250±11%)	D:o samt blåsbildning och vätskeavsöndring	1 vecka	6—12 veckor
1900—1300 r (1600±20%)	Kraftig rodnad och pigmentering, fjällning	1 vecka	6—12 veckor
1300—700 r (1000±30%)	Rodnad och senare svag brunpigmentering	2 veckor	3—4 veckor
600—200 r (400±50%)	Håravfall, lätt rodnad	3 veckor	1—3 veckor

farenhetsmässigt tillordnat dosen. — Låt oss med ledning av dessa erfarenheter extrapolera i tabellen och tänka oss, att vi med en förfinad metodik studerade en lindrigare skada än håravfall. Vad skulle detta ge? Jo:

skadan skulle uppträda vid en lägre genomsnittsdos,

den skulle kunna uppträda inom ett vidare dosområde kring medeldosen,
den skulle uppträda efter en längre latenstid.

Varför? Denna fråga är ett av lågdosbestrålningens huvudproblem. Låt oss först diskutera problemet varför en massiv bestrålning mera väldefinierat går mot den grava skadan.

Bestrålningen av organismen är ju förbunden med jonisationer och excitationer utan jonisation av molekylerna i organismens celler. Både vid jonisation och excitation bildas reaktiva komponenter (radikaler etc.), som öppna vägar för en eljest onormal kemisk kombinatorik. Bestrålningen provocerar sålunda i organismen onormala biokemiska processer, som kunna manifestera sig i stimulationer, hämningar eller t. o. m. blockader av normala livsprocesser. Det normala biologiska

svaret på sådana störningar är motreaktioner hos organismen i syfte att bevara vävnaden så intakt som möjligt. Vi få en konkurrens mellan de genom strålningen provocerade, onaturliga processerna och kroppens kompenserande eller restaurerande motreaktioner.

Högdosområdets biologiska problem

Vid en låg dos är jämvikt alltjämt möjlig, men vid tillräckligt höga doser kommer skyddsmekanismen till korta, så att det går mer eller mindre direkt och snabbt mot skada (kort latenstid). Vid högdosbestrålning (ingående studerad inom röntgenterapien) bestämmes därigenom skadan av praktiskt taget endast bestrålningsfaktorn, vilket ger oss ett »förenklat» problem, där man nästan matematiskt kan uttrycka resultatet. — Fig. 2 visar ett s. k. fraktioneringsdiagram, använt inom strålterapien, såsom exempel härpå. Diagrammet demonstrerar den grundläggande erfarenheten, att strålning uppdelad på längre tidsperioder ger upphov till en väsentligt försvagad reaktion, jämfört med då den erhålles såsom en massiv dos. Detta är den s. k. tidsfaktorns betydelse inom strålverkningsmekanismen. Stråldosers verkan adderas — ehuru som regel ej fullständigt — under mycket långa tider.

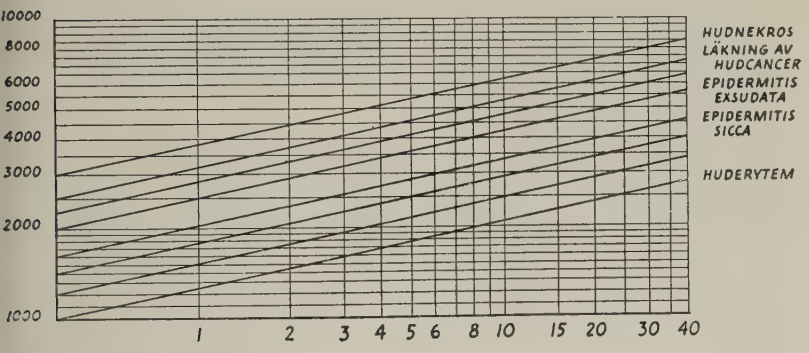


Fig. 2. Fraktioneringsdiagram för röntgenbehandling. Ordinata: total stråldos i r given på en gång. Abscissa: behandlingstid i dygn mellan första och sista behandlingen och behandlingarna uppdelade på lika stora deldoser per dag. Avläsningsteknik: önskad reaktion = hudnekros, karakteriserad av engångsdosen 3000 r. Vid fraktionering på 40 dagar skall man då ge en sammanlagd dos av 8500 r; vid fraktionering på 8 dagar skall ges en sammanlagd dos av 6000 r.

Lågdosområdets biologiska problem

Vi återknyta nu till de frågor vi nyss ställde för att belysa lågdosområdets reaktionsmekanismer. Det är lågdosområdet, som numera är strålskyddsarbetets egentliga arbetsfält. — Bestrålningsresultatet låter sig vid små bestrålningar icke utläsas genom något fraktioneringsdiagram, och detta av flera skäl.

Principiellt gäller vid svag bestrålning att vi ha svaga avvärjningsreaktioner, på vilka många andra faktorer — med mindre specifika och våldsamma verkningar — än strålningen kunna ingripa (hämmande, främjande allt efter omständigheterna) och förkorta eller förlänga latenstiden fram till något påtagligt bestrålningssymptom. Till alla dessa, låt oss säga miljöfaktorer (det kan vara banala infektioner, enklare förgiftning etc.), adderas också varierande, ärftligt betingade reaktionsnyanser. Tillhopa bidraga de till att ersätta överskådlig kausalitet med det oöverskådliga orsakskomplex, som karakteriserar sannolikhetsproblemen.

Innebörden av detta biologiska sannolikhetsproblem är sålunda att det föreligger ett osäkerhetstillstånd hos vävnaden, som av till synes ovidkommande orsaker kan reagera med en uppblossande skada. Därav den situationen att latenstiden är obestämd vid ytterst svaga bestrålningar: hos den ene inträffar ingen ogynnsam konstellation av omständigheter, som framkalla iakttagbara symptom (under hans livstid), medan en ogynnsam konstellation kanske snart uppträder hos den andre (i varje fall under dennes livstid). Den ene skadas, den andre inte. Ideligen tvingas man av iakttagelser av detta slag att återupptaga diskussionerna med den grundläggande frågeställningen: är strålningen verkligen farlig?

Exempel på strålskador

För att belysa vad vi här sagt om latenstiden som en tid av osäkerhet, där högst varierande faktorer kan verka utlösande av en skada, skall kort relateras några exempel på hudskador med olika förlopp.

En sköterska hade under sin tjänstetid arbetat på sådant sätt, att hon fått händerna då och då bestrålade av röntgen. Hon pensionerades såsom fullt frisk och arbetsför. Några år senare öppnade sig sår runt nagelfalsarna. Någon särskild orsak till akutisering av den i övrigt föga framträdande strålreaktionen på händerna förelåg ej. Med tillämpning av vårt tidigare resonemang hade först nu konstellationen av omständigheter blivit gynnsam för ett akut stadium.

En läkare hade enligt utsago vid några tillfällen utsatt sina händer för bestrålning i arbetet. Efter några år uppstod sår på det ställe

Fig. 3. Händerna hos en tandläkare, som erhållit flera dagliga små doser (ca 4 r per exponeringstillfälle) i ca 5 år.

på ena handens finger, som han vanligen använde såsom perkussionsunderlag vid undersökningar. För att låta såret läka bytte han till annat finger såsom underlag. Då gick det upp ett sår där, medan det gamla långsamt läkte. På detta sätt hölls under årens lopp nästan alltid ett sår öppet. — En normalt ytterst mild mekanisk retning åstadkom här en onormalt kraftig reaktion. Huden befann sig här genom bestrålningen uppenbarligen i ett osäkerhetstillstånd.

En ingenjör hade några sekunder fått kraftig röntgenbestrålning på ett mycket litet område på ena handens fingrar. En reaktion framträdde efter tre veckor men var läkt en månad senare. Ca två år därefter, uppenbarligen under påverkan av saltvatten och sol, blev skadan svårt akut, läktes men gick åter upp och ledde inom några månader till amputation. — Osäkerhetstillståndet akutiserades här uppenbarligen av den kemiska och fysikaliska retning, som saltvattnet och solljuset utgjorde.

Fig. 3 visar händerna hos en tandläkare som under åratal fick små dagliga röntgendoser, och som varit recidivfri i många år efter att ha övergått till skonsammare arbetsteknik.

Till skadeproblemets karaktär av sannolikhetsproblem bidrager också praktiskt den omständigheten att okontrollerade bestrålningar ofta bli slumpmässiga både vad beträffar dosens storlek (begränsad uppåt visserligen genom försiktighetsmått), dess lokalisation (både till bestrålningsområdets placering och storlek). Strålningen är ju genomträngande och kan träffa en mängd olika organkombina-

tioner, dessutom organ med olika funktioner och känslighet. Därtill kommer den komplikation som inträder i och med att bestrålning sker med olika strålslag, som trots att samma energi kan ha absorberats i en vävnad (vilken sålunda fått samma fysikaliska dos) dock kunna ge (en på bl. a. jonisationstätheten beroende) olika biologisk grad av skada.

Såsom belysande exempel på reaktioner vid bestrålningar av djupliggande organ (utan att några som helst reaktioner på huden kommit till synes) skola några iakttagelser anföras beträffande förändringar i den perifera blodbilden, fig. 4.

Ju större områden av en vävnad som bestrålats, desto större kan verkan bli. Än mer utpräglad kan skillnaden i bestrålningsresultat bli då fråga är om så omfattande bestrålning att man kan tala om sambestrålning av organ. Sambestrålning blir det t. ex. då man utsätts för genomträngande strålning, eller då radioaktiva substanser inkomma i kroppen och cirkulera där med blod och lymfa.

Såsom extrema, men belysande exempel på sambestrålningseffekten kan anföras följande: I den i tabell 1 lämnade översikten över hudreaktionerna vid engångsbestrålning med olika doser på avgränsade områden har angivits, att sådana synliga men relativt svaga hudreaktioner som håravfall och lätt hudrodnad uppkomma i området 200—600 r. Vid en massiv bestrålning av hela kroppen däremot med den högsta av dessa doser, 600 r, torde utan undantag döden följa. Vid 400 r skulle — bortsett från blodreaktioner, som torde inträffa t. o.m. under 5 r — till en början i allmänhet icke uppträda några objektiva, kliniska symptom men väl en viss subjektiv trötthet, efter ett par veckor följd av förhöjd kroppstemperatur och därefter av en snabbt fortskridande försämring av allmäntillståndet. Man räknar med 50 % dödlighet inom loppet av en månad. Den lägsta dosen i det ovannämnda dosområdet, 200 r, som på ett begränsat hudområde torde framkalla endast en skönjbar rodnad i kanske 5 % av fallen, torde vid helkroppsbestrålning leda till döden i ungefär lika många fall inom loppet av sex veckor.

Vi ställa oss nu helt naturligt frågan: vilka äro strålverkningarna vid allmän bestrålning som ligger i dosområdet mellan sistnämnda, relativt höga doser och den naturliga, ofrånkomliga stråldosen (0,1—0,2 r/år) som icke synes ge iakttagbara biologiska resultat eller subjektiva symptom? Skulle vi våga oss på interpolation, skulle svaret närmast bli: vitalitetssänkning. Djurexperiment peka också i allmänhet därhän, och man har t. ex. vid bestrålning av råttor med 0,1 r/dag kunnat fastställa en viss livstidsförkortning. Vid under-

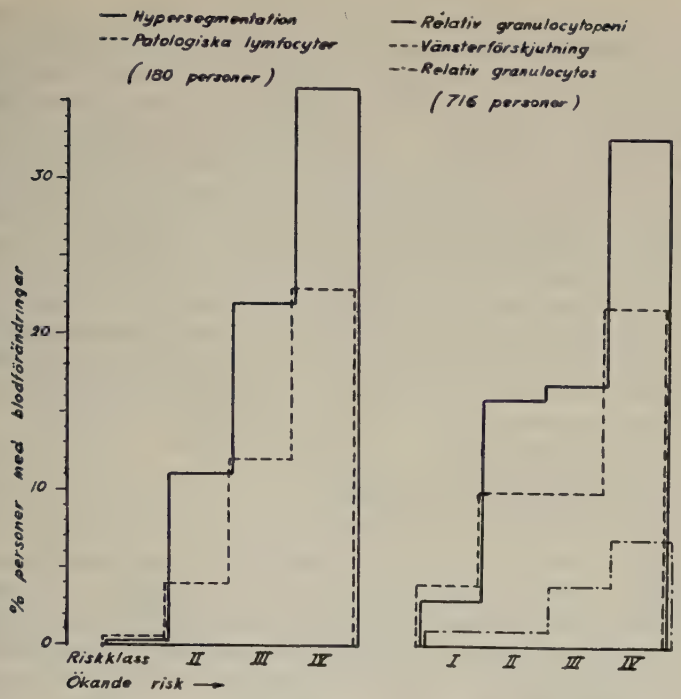


Fig. 4. Ordinata: relativa frekvensen personer, som inom respektive riskklasser iakttagits med resp. »fel» i blodbilden. Abskissa: riskklass I—IV med veckodoserna ökande i geometrisk progression med kvoten 2. Vänstra bildgruppen: heldragen linje avser en typ morfologisk förändring hos segmenterade vita blodkroppar, tydande på att dessa icke tagits ur kretsloppet i normal tid; streckad linje: en typ morfologisk förändring hos lymfocyterna bland de vita blodkropparna. — Högra bilden: heldragen linje avser en såtillvida onormal blodbild, som proverna innehållit procentuellt mer lymfocyter än normalt; streckad linje avser en såtillvida onormal blodbild, som den brukar förekomma i ett första stadium av infektioner; streckprickad linje avser en typ av förändring, som är motsatsen till den heldragna linjens.

sökning av organen hos så bestrålade djur iakttar man bl.a. åldersatrofier vid tidigare stadium än vanligt.

Beträffande de genetiska verkningarna av bestrålning har hittills nämnts endast en historisk notis. Bearbetningen av området har i det stora hela, av naturliga skäl, skett på djurmaterial. I Amerika publicerades emellertid 1955 en undersökning om defekter hos barn till manliga radiologer och omfattande sammanlagt ca 10 000 födslar,

varav 4500 utgjorde normalmaterial. Det framgick en svag, i några fall statistiskt signifikant men för olika typer av iakttagelser i stort sett samstämmigt högre tendens till abnormiteter hos denna första radiologgenerationens barn. Den kraftigast markerade skillnaden förelåg beträffande hjärt-, kärl- och blodanomalier, som förekommo i 14,4 % av fallen mot 7,9 % i normalmaterialet. Tyvärr äro svårigheterna att genomföra undersökningar av denna viktiga typ så stora, att de sällan kunna framläggas utan att följas av hård och i många avseenden berättigad kritik. Det anförda må vara tillräckligt för att belysa situationen på det genetiska området. Vi måste emellertid i sammanhanget beakta att de resultat, som den anförda undersökningen refererar till, beröra en generation radiologer, vars väsentliga yrkesutövning var förlagd till en tid, då på grund av bristande kunskaper ambitionen beträffande strålskydd icke på långt när var så utvecklad som nu.

Strålskyddsforskningens huvudproblem

Då man skall angripa strålskyddsfrågan är det lämpligt att ta i beaktande de stadier, som kännetecknа uppkomsten av en skada:

a) den fysikaliska växelverkan mellan strålningen och materien med jonisationer och excitationer, resulterande i bildandet av reaktiva radikaler etc. av cellfrämmande typ eller omfattning
b) ett stadium av onormala biokemiska processer, som kunna ge upphov till
c) skadliga eller icke önskvärda biologiska verkningar.

Principiellt öppnar detta tre motsvarande möjligheter att förverkliga ett strålskydd:

a) att genom teknisk profylax begränsa den fysikaliska instrålningen mot vävnaden
b) att på kemisk väg häva eller avlänka eljest inträffande strålkemiska reaktioner i en mindre skadligt verkande riktning
c) att genom tidig diagnosticering upptäcka strålningsbiologiska reaktioner och vid behov insätta erforderlig terapi.

Efter mönster från strålbehandlingsområdet, där man på grundval av beprövad erfarenhet kan tillordna en viss stråleffekt ett visst dosvärde, har man på strålskyddsområdet genom att föreskriva vissa maximala stråldosvärden för dem som arbeta med strålning sökt skapa säkerhet för att dessa icke skulle lida något icke-acceptabelt men i sitt arbete. Redan avvägandet av en medicinsk stråldos är ingen lätt sak, men dock avsevärt lättare än skapandet av säkerhetsdoser inom strålskyddsområdet. Man arbetar i den medicinska sektorn i

regel i det dosområde, där vi tidigare framhållit att strålverkningarna i varje fall uppvisa en viss regelmässighet, som saknades i lågdosområdet. Man arbetar inom strålskyddsområdet på att bekämpa något, som man inte alltid klart kan säga vad det är. Det låter underligt, men vi kunna välja ett exempel: Avse vi att bestämma skyddsdoser för personal i radiologiskt arbete så, att vissa blodförändringar icke uppstå, så säger genast någon kritiker: vad gör det med dessa förändringar, de torde vara ganska ofarliga, sådana ha vi ju vid varje alldaglig infektion. — Ja, måste man svara, vi ha samma blodförändringar vid snuva. Men, kunna vi tillägga, den ca 5 gånger större än förväntade frekvens av leukemi (blodkräfta) man iakttagit hos t. ex. amerikanska radiologer har ju i alla fall drabbat en grupp, om vilken vi veta att de tidigare måste ha reagerat med just dessa »ofarliga» blodförändringar. Reaktioner, som avspeglas i ett biologiskt system, ha väl ändock en motsvarighet i ett annat system, som träffas av samma strålning, för så vitt fråga icke är om en absolut strålresistent vävnad. Och sådan finnes ej. Om man sedan ej klart ser sammanhangen, så erbjuder denna bristande kunskap intet skydd.

Den rekommendation om maximal strålbelastning, som är grundläggande för den internationella strålskyddsverksamheten, kan i förenklat sammandrag beskrivas som en årsdos om 5 r (dock högst 3 r under 13 konsekutiva veckor) för personer sysselsatta i radiologiskt arbete, med skärpt gränsdragning för tredje man. — I Sverige gäller sedan december 1958 för anställda i radiologiskt arbete 0,1 r per vecka och 10^{-3} r per sekund och för övriga kategorier (exkl. dem som äro föremål för radiologisk undersökning eller behandling) 0,1 r per vecka och $3 \cdot 10^{-4}$ r per sekund.

Det kan vara värt att notera att vi i Sverige ha en bestämmelse om stråldos under kort tid (sekund) till vilken numera saknas motsvarighet i utlandet. I förhandsdiskussionerna till denna nationella föreskrift figurera flera motiv, varav det mest relevanta synes mig vara, att man genom maximerad korttidsdos icke tillåter hur våldsamma avvikelser som helst från den jämna, låga, naturliga instrålningen på organismen, vilken denna kan vara adapterad till.

Bakgrunden till att högre strålbelastningar anses kunna tillåtas på personer sysselsatta i radiologiskt arbete är att denna begränsade kategori — som till följd av sitt arbete måste arbeta vid en förhöjd strålningsnivå — är underkastad periodisk läkarkontroll, som särskilt tager sikte på strålreaktioner bl. a. i blodbilden. Denna föreskrivna läkarkontroll är den grundläggande strålskyddsåtgärd, som innefattas i förutnämnda punkt c) angående strålskyddsåtgärder.

Grundläggande för punkt a) är ovannämnda högsta tillåtna doser.

De praktiska möjligheterna man utnyttjar för att hålla sig inom den tillåtna dosramen utgöres av för ändamålet upprättade dostabeller, utfärdade arbetsföreskrifter etc., där ett ensartat arbete förekommer. Vid mera varierande arbetsbetingelser användes dosmätningsinstrument för kontroll av arbets- och uppehållsplatser. Persondosimetrar att t. ex. fästa på kläderna finnas utförda såsom jonisationskammare av penntyp med ev. inbyggd kvartstrådselektrometer och avläsningsanordning för omedelbar avläsning eller såsom fotografisk filmdosimeter för efterföljande dosuppskattning ur filmsvärtningen.

Fundamentala tekniska krav på en radiologisk anläggning, i vad det gäller radioaktiva substanser, äro att preparatet skall vara tekniskt så utfört, att dess innehåll icke kan spridas (okontrollerbart eller otillåtet) samt att det förvaras på sådant sätt, att ingen kan skadas av strålningen.

De primära generella reglerna för att nedbringa strålintensiteterna vid radiologiskt arbete äro fysikaliskt sett enkla. För »normalt» utformade strålkällor gäller »kvadratlagen»; avståndsskydd är en förnämlig, enkel skyddsmetod. Man bör även betänka konsekvensen av att beröra ett radioaktivt preparat, som kanske är alldeles ofarligt på ett decimeterlångt skaft: överslagsmässigt är intensiteten på 1 mm avstånd 10 000 gånger större!

Ett annat exempel: En induktoriumdriven röntgenapparat av genomsnittlig skoltyp torde ge maximalt ca 10 r per minut på 10 cm fokusavstånd. Vid demonstration av en hand på detta avstånd får handen sålunda en ej helt ringa dos. Demonstratören, som står strax invid, får därjämte en viss helkroppsbestrålning! Åskådare på låt säga 2 m avstånd får 0,1 r på 4 min och ca $4 \cdot 10^{-4}$ r per sek. Jfr högsta tillåtna doserna! Insättes i strålgången t. ex. en 6 mm tjock glasplatta, minskas dessa dosvärden med en faktor 15—30. — Metoden att nyttja strålabsorberande skärmar och väggar är en effektiv teknisk profylax, men avskärmningen måste anpassas till strålningsdata. Vad som räcker för röntgen är i regel helt otillräckligt för gammastrålning vid samma utstrålningsdos.

Till sist: i det kemiska steget b) av strålverkningsmekanismen kan man givetvis ingripa (principiellt och i någon mån även praktiskt) med kemiska medel. Man har under vissa omständigheter (minuter till 1 à 2 tim) på sig att ingripa efter bestrålningen. — Vi ha säker kunskap om att i vatten vid bestrålning bildas H_2O_2, som är ett verksamt cellgift. Även giftiga, oxiderande radikaler bildas. Man kan i båda fallen minska strålverkningarna genom att tillföra reducerande substanser såsom cystein och glutathion. De måste emellertid ges före bestrålningen. Aminer i kombination med SH-grupper ha visat sig ha en framträdande skyddsverkan (Cysteamin $NH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot SH$). Man

har genom förbehandling med sådana preparat lyckats få 60–100 % överlevnad hos eljest dödligt bestrålade möss. — T. o. m. hos kromosombrott har man kunnat åstadkomma en viss »läkning» på kemisk väg. Tillförsel av adenosintrifosfat (ATP) har visat sig äga en sådan effekt. Det anförda må dock ej förleda till en alltför optimistisk syn på de kemiska möjligheterna att för närvarande kunna kurera, där den tekniska profylaxen svikit. Mycket arbete återstår innan vi kunna räkna med kemiska medel för praktiskt strålskydd.

Vid bedömningen av värdet av nutida radiofysisk forskning och strålskyddsforskning är det nyttigt att beakta den ofta förbisedda omständigheten, att studier av problem såsom de anförda icke blott ha sitt eget mål utan samtidigt också blotta väsentliga hemligheter i själva livsprocesserna.

Ett problem om permutationer

Av Arnold Simonsson, Höllviksnäs

Låt $P=a_1, a_2, \ldots, a_n$ vara en permutation av elementen 1, 2, ..., n. Då säges P och permutationen

$$Q=a_{v+1}, a_{v+2}, \ldots, a_n, a_1, a_2, \ldots, a_v$$

vara *cykliskt lika*. Man säger även, att Q är en *cyklisk permutation* av P och omvänt.

Av P erhålles genom upprepade cykliska permutationer inalles n cykliskt lika permutationer.

Vi bildar nu permutationen P_k genom att öka alla talen i P med ett och samma positiva tal k och sedan reducera modulo n. Då k kan antaga värdena $k=0, 1, \ldots, n-1$, erhåller man på detta sätt inalles n olika permutationer P_k. Dessa jämte deras cykliska permutationer säges tillhöra samma *typklass*.

Permutationen P säges ha *typtalet* d, om d är det minsta k-värde, för vilket P_d är cykliskt lika med P. Eller annorlunda uttryckt

$$a_i + d \equiv a_{i+d} \pmod{n} \qquad (1)$$

Om P_d är cykliskt lika med P, gäller detta tydligen även för P_{2d}, P_{3d}, etc. Man kan nu välja d' så, att $dd'=n+e$, där $0 \leqq e < d$. Då blir $P_e=P_{dd'}$ cykliskt lika med P.

Då antagandet $0 < e < d$ strider mot förutsättningen, återstår endast $e=0$, varav $dd'=n$. Därmed är bevisat, att typtalet d måste vara en divisor i n.

Varje typklass med typtalet d innehåller alltså dn olika permutationer. Om $f(n, d)$ betecknar totala antalet permutationer med typtalet d och $g(n, d)$ antalet typklasser med detta typtal, är alltså

$$f(n, d)=dn \cdot g(n, d) \tag{2}$$

Som exempel anföres permutationerna 1 6 7 4 5 2 3 8 och 4 1 2 7 8 5 6 3. De tillhör samma typklass med typtalet 2.

Avsikten med denna uppsats är att bestämma antalet permutationer av $1, 2, \ldots, n$, som har typtalet d.

Vi betraktar helt allmänt permutationen P med egenskapen (1). Detta villkor kan, men behöver ej innebära, att P har typtalet d.

Låt oss först undersöka vilka värden q kan antaga i (1) för ett fixt d. För enkelhetens skull förutsättes i det följande, att alla indices reduceras till minsta positiva resten modulo n. Vi sätter $n/d=d'$. Av (1) följer

$$a_i+dd' \equiv a_{i+d'q} \pmod{n}$$

varav inses att q måste vara delbart med d. Sättes alltså $q=td$, så erhålles

$$a_i+d \equiv a_{i+td} \pmod{n}, \text{ varav } a_i+kd \equiv a_{i+ktd} \pmod{n}$$

Om nu t hade en faktor gemensam med d', kunde man finna ett k-värde $< d'$, för vilket ktd finge faktorn n.

Då bleve $a_{i+ktd}=a_i$, men $a_i+kd \not\equiv a_i \pmod{n}$.

Detta är orimligt, varför t måste vara relativt primiskt till d', och vi har härmed bevisat, att q har egenskapen

$$(n, q)=d \tag{3}$$

där (n, q) betyder största gemensamma divisorn till talen n och q.

Bestämmes vidare s av $st \equiv 1 \pmod{d'}$, vilket innebär, att $(s, d')=1$, så följer av (1)

$$a_i+sd \equiv a_{i+sq} \equiv a_{i+std} \equiv a_{i+d} \pmod{n}.$$

Man kan således uppdela P i d' komplex $A_0, A_1, \ldots, A_{d'-1}$ med vardera d element. Varje A_j erhålles ur närmast föregående genom att alla element i detta ökas med sd. Elementen i de olika A_j måste därvid vara inkongruenta modulo d.

Sats I. Låt $\varphi(n)$ beteckna antalet naturliga tal, som är $<n$ och relativt primiska till n. Om d är en positiv divisor i n, gäller då

$$\sum_{\delta\delta'=d} f(n, \delta)=\varphi\left(\frac{n}{d}\right)\left(\frac{n}{d}\right)^d \cdot d! \tag{4}$$

där beteckningen $\delta\delta' = d$ innebär, att summationen utföres för alla divisorer δ i d.

Ett nödvändigt villkor för att en permutation P skall ha typtalet d är tydligen att den har egenskapen (1). Dock är detta villkor icke tillräckligt, ty varje permutation, vars typtal δ är en divisor i d, måste nödvändigt ha samma egenskap. Vänstra ledet i (4) är alltså ett uttryck för totala antalet permutationer med egenskapen (1) av elementen $1, 2, \ldots, n$.

Låt, $e_1, e_2, \ldots, e_n$ vara en sådan, för övrigt obestämd permutation, och låt oss undersöka på hur många sätt denna kan bestämmas. Antag att A_0 består av elementen $e_1, e_2, \ldots, e_d$, vilka är inkongruenta modulo d, och låt e_i vara ett av dessa. För varje i är elementen e_{i+jd} i de olika A_j kongruenta modulo n med d' konsekutiva termer i en bestämd aritmetisk serie med differensen sd. Dessa d' element kan cykliskt permuteras utan att denna egenskap går förlorad, och som dessa förskjutningar kan göras oberoende av varandra för varje $i = 1, 2, \ldots, d$, erhålles på detta sätt $(d')^d$ olika permutationer. Vidare kan elementen i A_0 permuteras på $d!$ olika sätt. Slutligen inses av (3), att q i (1) kan antaga $\varphi(d')$ olika värden.

Totala antalet permutationer med egenskapen (1) är alltså

$$\varphi(d')\,(d')^d \cdot d!$$

varmed satsen är bevisad.

Vi inför nu en aritmetisk funktion, Möbius' funktion $\mu(n)$, som definieras så:

$\mu(1) = 1$; $\mu(n) = 0$, om n är delbart med en primtalskvadrat

$\mu(p_1 \cdot p_2 \ldots p_n) = (-1)^n$, om $p_1, p_2, \ldots, p_n$ är olika primtal.

Följande sats, *Möbius' inversionssats*, är känd från talteorien:

Om $F(n)$ är en aritmetisk funktion och

$$G(N) = \sum_{\delta\delta' = N} F(\delta)$$

så gäller

$$F(N) = \sum_{\delta\delta' = N} \mu\left(\frac{N}{\delta}\right) G(\delta).$$

Sats II. Med hjälp av sats I och Möbius' sats kan ett explicit uttryck för $f(n, d)$ erhållas. Vi får

$$f(n, d) = \sum_{\delta\delta' = d} \mu\left(\frac{d}{\delta}\right) \cdot \varphi\left(\frac{n}{\delta}\right)\left(\frac{n}{\delta}\right)^{\delta} \cdot \delta!$$

Följande numeriska ex. anföres: När $n = 12$, har man för $d = 1, 2, 3, 4, 6, 12$ $f(12, d) = 48, 96, 720, 3744, 45216, 478951776$. Antalet typklasser med typ-

talet d kan bestämmas med hjälp av relationen (2). Som resultat erhålles

$$g\,(12,\,d)=4,\,4,\,20,\,78,\,628,\,3326054.$$

Sats III. Om p är ett primtal, så erhålles ur sats II

$$f\,(n,\,p)=\varphi\left(\frac{n}{p}\right)\cdot\left(\frac{n}{p}\right)^{p}\cdot p\,!-\varphi\,(n)\cdot n.$$

Sats IV. Vi kan nu bevisa den från talteorien bekanta *Wilsons sats:* Om p är ett primtal, så gäller

$$(p-1)!\equiv -1\ (\mathrm{mod}\ p).$$

Av sats III och relationen (2) följer för $n=p$

$$f\,(p,\,p)=p^{2}\cdot g\,(p,\,p)=p!-p\,(p-1)$$

varav

$$g\,(p,\,p)=\frac{1}{p}\,[(p-1)!-(p-1)]$$

Då nu $g\,(p,\,p)$ är ett helt tal, följer härav kongruensen

$$(p-1)\,!\equiv(p-1)\equiv -1\ (\mathrm{mod}\ p).$$

Sats V. Om m är ett naturligt tal, relativt primiskt till n, så gäller satsen, att nödvändiga och tillräckliga villkoret för att permutationen $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n$ skall kunna framställas under formen

$$i\,m+r\equiv a_i\ (\mathrm{mod}\ n)$$

är att permutationen har typtalet 1 och att $r=a_n$.

Om $i\,m+r\equiv a_i\ (\mathrm{mod}\ n)$, bestämmer man q av

$$q\,m\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ n) \qquad (5)$$

där tydligen $(q,\,n)=1$. Man får då

$$a_{i+q}\equiv(i+q)\,m+r\ (\mathrm{mod}\ n)$$

varav

$$a_{i+q}-a_i\equiv q\,m\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ n).$$

Å andra sidan erhålles av

$$a_{k+q}-a_k\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ n)$$

om (5) användes för att bestämma m

$$a_{k+imq}-a_k\equiv i\,m\ (\mathrm{mod}\ n)$$

varav för $k=n$

$$a_i\equiv i\,m+a_n\ (\mathrm{mod}\ n)$$

varmed satsen är bevisad.

Två permutationer P och P' kallar jag *motsatta*, om $P=a_1, a_2, \ldots, a_n$ och $P'=a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1$. Även de typklasser, som innehåller P och P' kallar jag motsatta. I vissa fall kan en typklass vara identisk med den motsatta. I så fall skall således ett P_k, definierat som i början av uppsatsen, vara cykliskt lika med P'.

Ex. Om $P=2\ 7\ 3\ 6\ 5\ 8\ 4\ 1$, blir P_4 cykliskt lika med P'.

Om P_k är cykliskt lika med P', gäller kongruensen

$$a_i+k\equiv a_{q+1-i} \pmod{n} \tag{6}$$

Då uppkommer frågan: Hur många permutationer av elementen $1, 2, \ldots, n$ har egenskapen (6)?

Av (6) följer $\quad a_{q+1-i}+k\equiv a_i \pmod{n}$

Således är $\quad a_i+2k\equiv a_i \pmod{n}$, varav $k=\frac{1}{2}n$.

I detta fall måste alltså n vara ett jämnt tal, och vi sätter därför i fortsättningen $n=2r$. Vidare måste q vara jämnt, ty om q vore udda, skulle man ha

$$a_i+r\equiv a_i \pmod{2r} \text{ för } i=\tfrac{1}{2}(q+1),$$

vilket är orimligt. Talet q kan tydligen antaga r olika värden. Slutligen kan P:s typtal ej vara $< n$. Antag nämligen, att man (mod n) har

$$a_i+d\equiv a_{i+s} \text{ och } a_i+r\equiv a_{t-i}$$

varav $\quad a_{t-i-s}+d\equiv a_{t-i}$ och $a_{i+s}+r\equiv a_{t-i-s}$

Då blir $\quad d\equiv a_{i+s}-a_i\equiv a_{t-i-s}-a_{t-i}\equiv -d \ \because d=0$ eller r.

Men vore $d=r$, finge man $a_{i+s}=a_{t-i}$, $\because i+s\equiv t-i$ och $2i\equiv t-s$ för alla i-värden, vilket är orimligt. Endast $d=0$ återstår, vilket innebär, att $0<d<n$ är omöjligt.

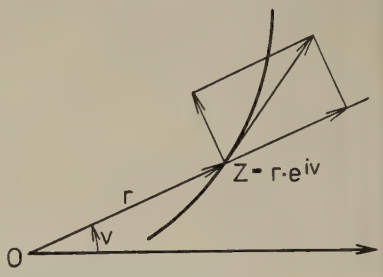
Genom ett resonemang, analogt med beviset för sats I, finner man, att antalet permutationer med egenskapen (6) är $=r\cdot 2^r\cdot r!$ Antalet typklasser, som är identiska med sin motsatta typklass, erhålles enligt (2) genom division av detta tal med $(2r)^2$, eftersom här $d=n$. Antalet blir således $2^{r-2}\cdot(r-1)!$

Till lektor Agne Wahlgren framför författaren sitt tack för granskning av manuskriptet och för mycket värdefulla råd vid redigeringen.

Notiser

En rörelselag härledd med hjälp av komplexa tal

Under ovanstående rubrik i Elementas junihäfte 1960 härleder fil. mag. Bo Aurell på ett elegant sätt uttrycket för Coriolis' kraft. Metoden med komplexa tal kan även användas för härledning av de bekanta uttrycken för hastighets- och accelerationsvektorernas komponenter i radius vectors riktning och i den mot radius vector vinkelräta ritningen i ett polärt koordinatsystem. Låt enligt figuren en partikels rörelse ske utefter kurvan med ekvationen $r=r(v)$, där r och v äro funktioner av tiden t. Införas komplexa tal, kan lägesvektorn från origo, z, skrivas



$$z=r\cdot e^{iv}.$$

En derivering med avseende på t ger hastighetsvektorn $\dot{z}$:

$$\dot{z}=\dot{r}\cdot e^{iv}+r\dot{v}\cdot ie^{iv}$$

Härav synes, att hastighetens komponent i radius vectors riktning är r, och att komponenten i den vinkelräta riktningen är $r\dot{v}$, om den positiva riktningen räknas mot ökande vinkel. Ytterligare en derivering ger

$$\ddot{z}=(\ddot{r}-r\dot{v}^2)e^{iv}+(2\dot{r}\dot{v}+r\ddot{v})ie^{iv}$$

Man avläser här accelerationens komponenter i radiell riktning: $\ddot{r}-r\dot{v}^2$ och i den mot radien vinkelräta riktningen: $2\dot{r}\dot{v}+r\ddot{v}$, om »framåt» räknas liksom förut. *Hans Riesel*

Halvmikroanalys på gymnasiet

Vid kommunala gymnasiet i Fagersta har vi nu använt halvmikrometod vid övningar i kvalitativ analys under två år. Härvid har använts ett förenklat analysschema, liknande det som lektor Bertil Englund skisserade i marsnumret av Elementa, dock med vissa modifikationer. Det är känt att reagenset $(NH_4)_2S$ efter en tids förvaring förstöres på grund av oxidation genom luftsyrets inverkan. Härvid utfälles svavel på bottnen av reagensflaskan. Då de droppflaskor som användes ofta blir slarvigt tillslutna av eleverna under arbetets gång och efter laborationens slut, kommer reagenset rätt snart att visa sig opålitligt. Ett sätt att undvika denna nackdel är att »tillverka» reagenset direkt i provlösningen. Detta kan tillgå på följande sätt.

Den lösning som erhålles efter centrifugeringen vid separeringen av de i grupp III utfällda jonerna försättes med ytterligare några droppar utspädd ammoniak, varefter svavelväte ledes ned i den uppvärmda lösningen. Härvid utfälles ZnS och MnS med karakteristiska färger. Om man så önskar kan man i det ursprungliga provet medtaga Co- och Ni-joner, vilka här utfälles som svarta sulfider. Dessa kan sedan åtskiljas med hjälp av t. ex. boraxpärlan.

Beträffande frågan om analysens omfattning i skolan kan sägas att målet inte kan vara att utbilda eleverna till att utföra fullständiga analyser, men jag anser dock att man bör påvisa några av de viktigaste negativa jonerna. Skälen till denna åsikt är:

1. Under ifrågavarande läsår kommer man ofta in på redoxreaktioner, och vissa analytiska reaktioner är just sådana, exempelvis särskiljandet av halogeniderna. Här finns alltså möjligheter till repetition och övning av formelskrivning.
2. Vid prov på negativa joner ges tillfälle att öva arbetsmetodik på provplatta, vilket jag anser vara en fördel, då eleverna härigenom vänjes vid att arbeta med små mängder material.
3. Ur psykologisk synpunkt är det säkerligen av betydelse att eleverna får lösa analysuppgifterna fullständigt. Eleverna frågar sig kanske om det anses överstiga deras förmåga att påvisa även de negativa jonerna, eller om dessa joner av någon anledning inte är lika betydelsefulla som metalljonerna.

Givetvis medtager man endast några få negativa joner i proven. I mina avdelningar har vi påvisat SO_4^{2-}, NO_3^-, Cl^-, I^-, Br^-.

Tomas Renander

Förenklade försök med jonbytare

En apparat för försök med jonbytare brukar bestå av ett tämligen smalt, ca 20 cm långt vertikalt glasrör, fyllt med en kolonn av den jonbytande substansen och upptill utvidgat till en bassäng för den lösning, vars ena jon skall bytas mot den i kolonnen absorberade. Försök med denna apparat är ganska tidskrävande. Snabbare och principiellt lika givande försök kan man utföra i provrörsskala som laborationsförsök på följande sätt.

I själva verket är ett provrör alldeles olämpligt och en nödfallsåtgärd. Det riktiga kärlet är en erlenmeyerkolv om 25 eller högst 50 ml. Jonbytare har en benägenhet att baka ihop sig, vilket medför att arbetet i ett provrör blir besvärligt och otillfredsställande. I en kolv kan man genom omsvängning få en effektiv kontakt mellan lösningen och jonbytaren.

Kolven beskickas med två små skedar av en katjonbytare och därpå med ca 5 ml 4 M NaCl. Efter 15 sekunder avhälles lösningen

från jonbytaren, som hastigt och fullständigt avsätter sig. Man tvättar fyra gånger med destillerat vatten, och jonbytaren är nu färdig att användas. Lämpliga lösningar är:

Karbonathårt vatten, t. ex. av 20—30 dH°,

Halvtmättad gipslösning, som motsvarar ca 40 dH°,

0,01 M $CuSO_4$, motsvarande ca 87 dH°.

Man tillsätter 2 ml av den lösning som skall avhärdas, skakar om häller av lösningen fullständigt och prövar den med något reagens i fråga om Ca med tvållösning eller oxalat, i fråga om Cu med NH_3. Man fortsätter på detta vis med 2 ml varje gång, tills jonbytaren börjar visa tecken till minskad effektivitet. Då behandlas den med 5 ml 4 M NaCl och den lösning, som därefter avhälles, ger nu kraftig reaktion med vederbörande reagenslösning.

Härmed har man således på en kort stund kunnat visa jonbytarens verkan och dess regenerering.

En anjonbytare mättas med 4 M HCl och kan exempelvis på samma sätt användas för att befria lösningar från andra anjoner, t. ex. SO_4^{2-}. En lämplig lösning är här den nyss använda lösningen av $CuSO_4$. När denna lösning har behandlats med anjonbytaren, ger den ingen fällning med $BaCl_2$, däremot blåfärgning med NH_3. Även denna jonbytare kan lämpligen regenereras, med HCl. *G. Strack*

Aktuellt

Internationell konferens om undervisningen i fysik

På initiativ av främst International Union of Pure and Applied Physics, Unesco och OEEC anordnades i Unesco House i Paris under tiden 28 juli—4 augusti 1960 en internationell konferens, som avhandlade all fysikutbildning från nybörjarstadiet upp till och med universitets- och högskolestadiets första examen (ämbets- resp. civilingenjörsexamen). En organisationskommitté med representanter från USA, England, Frankrike, Japan, Västtyskland, Italien samt Unesco och OEEC hade förberett konferensens omfattande arbetsprogram. Konferensordförande var professor Sanborn Brown, M.I.T., och generalsekreterare dr Norman Clarke, Institute of Physics, London, vilka även lett organisationskommitténs arbete. Konferensen hade samlat 129 deltagare, representerande 33 länder. Deltagareantalet från varje land var i allmänhet maximerat till 4. Svenska Nationalkommittén för fysik hade som svenska delegater utsett laborator L. Minnhagen, lektorerna E. Knave och G. Beskow samt undertecknad.

Konferensens arbetsprogram omfattade i huvudsak följande problem: Physics as part of general education, The selection of students, Examination in physics, The work of the American Physical Science Study Committee (PSSC), The place of practical work in the teaching of physics, The teaching of physics to engineers, chemists etc., The teaching of mathematics, The training of teachers, The postgraduate training of physicists, The use of films and television in the teaching of physics.

Före konferensen hade delegaterna erhållit ett 40-tal särtryck, omfattande 200 sidor och utgörande förhandsrapporter till eller underlag för konferensens arbetsuppgifter. OEEC bidrog med en översikt av skolsystemen i olika länder och PSSC med en utförlig redogörelse för sina arbetsuppgifter och resultat. I anslutning till konferensen hade de i tillverkningen av experimentell fysikmateriel engagerade firmorna i gamla och nya världen anordnat en ganska representativ utställning.

Att i starkt begränsad form ge uttryck för vad konferensen gav i utbyte för en svensk delegat är en komplicerad uppgift. Här är endast platsen för en summarisk sammanfattning av några intryck under beaktande av vad som främst för svensk skolfysikundervisning kan vara av intresse. Redan i inledningsanförandet, fritt översatt till »Fysiken i modern skolutbildning», och i de efterföljande inläggen diskuterades den roll fysiken bör spela redan från de första trevande stegen i våra skolors undervisning. Man måste sträva efter att ge en sammanhängande framställning, intresseväckande och stimulerande, av vår kulturutvecklings naturvetenskapliga aspekter inte minst för de elever, som slutar sina studier med realskola eller enhetsskola. Meningarna bröt sig något om på vilket sätt fysiken skall introduceras, på klassiskt manér med den mekaniska fysiken som första avsnitt eller, som en eftergift åt modern fysik, med elektroner, atomer och molekyler som språngbräda in i fysikens värld. Förespråkare för denna senare väg räknade med stark anknytning till vardagslivets erfarenhet av radio, tv och kärnfysikens tekniska (och militära?) aktualiteter. Här liksom i andra sammanhang torde kompromissens medelväg ligga de realiserbara önskemålen närmast.

I USA har, inte minst genom PSSC:s arbete, den s. k. hävdvunna fysikundervisningen ställts under debatt. De erfarenheter man där gjort är lyckligtvis ej ekvivalenta med våra svenska. Därute ligger otvivelaktigt mångåriga och allvarliga försummelser bakom dagens svåra situation, då det gäller otillräckliga fysikkunskaper hos såväl lärare som elever allt ifrån nybörjarstadiet och uppåt. När man nu tillgriper exempelvis film och tv (»continental classroom») som surrogat för utbildade lärare, specialutrustade lärosalar och experimentell

utrustning, är man enligt min och sannolikt mångas bestämda uppfattning inne på en väg av nödhjälpskaraktär, en uppfattning som av objektiva bedömare måste anses ytterligare bestyrkt av de filmer med undervisningssyfte — sammanlagt ett 40-tal — som visades. Det skall inte förnekas, att professor Harvey White (författare till de berömda verken »Introduction to Atomic Physics» och »Introduction to Physical Optics»), höll en strålande föreläsning om tv:s möjligheter i fysikundervisningens tjänst. Kvar står dock det ovedersägliga faktum, att välplanerade experiment i en intresserad och välutbildad lärares hand ej kan ersättas av något surrogat. Film och tv är och förblir inget annat än möjligen stimulerande komplement till en modern fysikundervisning, ingalunda en ersättning för experimentalfysik.

I nära anknytning till det föregående diskuterades det experimentella arbetets roll i fysikundervisningen. Inte minst från engelskt och amerikanskt håll underströks vikten av experimentellt arbete redan från nybörjarstadiet. Dessutom framfördes tanken på att en examination kunde omfatta även rent experimentella kunskaper. En fråga, som däremot ej berördes i nämnvärd omfattning, var hur experimentalfysikens uppgifter skall fördelas mellan lärare och elever. Enligt min uppfattning kräver en modern experimentalfysik väsensskilda insatser av lärare och elever. Det synes vara en inadvertens, att man å ena sidan hävdar vikten av experimentellt arbete av lärare och elever och samtidigt (som t. ex. från amerikanskt håll) kan höja film och tv till skyarna som ersättning för dessa insatser. Experimentalfysikens förkämpar (till vilka jag vågar räkna de svenska delegaterna) måste även ställa sig ytterligt tveksamma till all den primitiva experimentella utrustning som exempelvis PSSC i många sammanhang har gjort sig till förespråkare för. Vi har ej anledning att arbeta med samma hjälpmedel som Newton, Faraday, Cavendish m. fl. var hänvisade till på sin tid. Visserligen drogs med rätta en skarp gräns mellan teknik och fysik, men fysiken skall ej avhända sig den moderna teknikens instrumentella resurser. I så fall har man medvetet försummat experimentalfysikens kvantitativa aspekter.

Ett annat problem, för stort för att allsidigt kunna belysas, var utbildningen i fysik på högskolestadiet för olika kategorier såsom blivande fysiklärare, fysiker i industriens tjänst, blivande läkare, m. fl. Från alla håll påtalades såväl bristen på specialister i fysik som även otillräckliga fysikkunskaper hos många andra yrkesgrupper. Kravet är således att ge fysikutbildningen en både kvantitativt och kvalitativt tillräcklig omfattning, där såväl klassisk som modern fysik beredes plats.

I detta sammanhang avhandlades också den viktiga frågan om efterutbildning i fysik av akademiker. Den mest omfattande »efterutbildningen» torde ha skett i Amerika, dock ej alltid i avsikt att komplettera

den ursprungliga kunskapsmängden med nytt stoff utan fastmer inte sällan för att bättra en från början bristfällig utbildning. Det är emellertid ingen överdrift att hävda, att denna periodiskt återkommande efterutbildning även vid fullgod primärutbildning är av avgörande betydelse. Vid dessa överläggningar framhölls som en allvarlig nackdel bristen på kontakt mellan högskoleverksamma fysiker och övriga, en brist som hos oss ej är så markerad tack vare de kurser av olika slag, som anordnas vid universitet och högskolor för redan verksamma lärare.

Konferensen, den första i sitt slag, får sägas ha varit av mera informativ än normgivande karaktär, i varje fall för vår del. Vid överläggningarna utkristalliserade sig bl. a. följande för oss ingalunda nya synpunkter:

Det experimentella inslaget i fysikundervisningen är på varje stadium av väsentlig betydelse.

Den moderna fysiken bör så tidigt och i så många sammanhang som möjligt inlemmas i undervisningen.

Den kompletterande efterutbildningen av nu verksamma fysiker av alla kategorier måste intensifieras i vida större utsträckning än som för närvarande är fallet.

Konferensen gav ett klart belägg för värdet av internationellt tankeutbyte om fysikutbildningen. En mängd stora och väsentliga problem aktualiserades. Av den information som lämnades fick de svenska delegaterna det intrycket, att vi internationellt sett ej på något stadium har att brottas med alltför stora missförhållanden i vår fysikutbildning. En fortsatt förmånsställning kräver emellertid en fortgående översyn av vår fysikundervisning. Den moderna experimentalfysikens hjälpmedel bör tillfullo tas i anspråk och den teoretiska undervisningen eftersträva att sammangjuta den klassiska och den moderna fysikens komponenter. *Eve Staffansson*

Givande LMFK-kongress i Oslo

Den fjärde nordiska LMFK-kongressen ägde rum i Oslo den 2–5 augusti 1960 med deltagande av över 500 lärare i matematik, fysik och kemi.

Redan vid kongressens högtidliga öppnande i Universitetets aula fångades dagens skolproblem in i ett intresseväckande föredrag av professor C. L. Godske, Bergen. I målande bilder och stundom sarkastiska ordalag tecknade han dessa — »i dag då landets verklige försvarsminister är dess undervisningsminister». I hans föredrag framskymtade också den aktuella tanken att flytta ner språkundervis-

ningen i lägre klasser, för att man i de högre skall kunna lägga tyngdpunkten på andra ämnen, så att »eleverna verkligen får något att säga på de olika språken». Professor Godske föreslog också att små länder som de nordiska skulle utbilda lärare, som kunde sändas ut att hjälpa till med undervisningen i mindre utvecklade länder.

Programmet vid kongressen spann på temat »realämnena i skolan — i dag och i morgon». Sålunda diskuterades planeringen av kurserna i de tre ämnena med sikte på att åstadkomma mer likartade kursplaner i de nordiska länderna.

I matematik kom diskussionen mest att röra sig kring det nya kursplaneförslag, som framlagts i Danmark. I detta ligger tyngdpunkten kring den moderna matematiken med mängdlärans symboler och skrivsätt. Enligt förslaget skall man i första ringen öva eleverna i användandet av sådana symboler och sedan tillämpa dem i de följande kursmomenten. I jämförelse med nuvarande kursplaner har därvid trigonometrin fått en mycket blygsam ställning liksom räkning med logaritmer, vilket ju vid tillgång till moderna tekniska hjälpmedel blivit ett »onödigt» moment. I stället införes vektorräkning, även inom rymdgeometrin, vidare kombinatorik samt studium av lineära funktioner med tillämpningar inom lineär programmering. Förslaget ansågs visserligen väl radikalt av många diskussionsdeltagare, men det fick stöd bl. a. av den i USA verksamme norske professorn Ore, som menade, att mängdlärans skrivsätt bara var en teknisk fråga och en naturlig utveckling av det naturvetenskapens språk, som matematiken är. Professor Ore framhöll, att bland de grundläggande kunskaper som skolan måste ge fanns också matrisräkning, statistik och de enklaste formerna av de stora talens lag. Vid denna diskussion, liksom vid flera andra, påpekades den stora önskvärdheten, ja, nödvändigheten, av att lärarnas fortbildning förbättrades avsevärt med tanke på den snabba utvecklingen inom naturvetenskapen. I ett uppmärksammat inlägg i debatten påpekade rektor Piene, att det viktigaste trots allt inte är exakt vad som läses, utan att man sysslar med sådana moment som väcker elevernas intresse och med sådant, som utvecklar elevernas matematiska tänkande.

I fysik gav professor J. Holtsmark en universitetslärares syn på skolans fysikkurser. I realskolan ville han bara ha en beskrivande fysikkurs — systematisering ansåg han där vara utan värde. Vad gymnasiekursen beträffar, fann han att det dubbla mål, som skolkurserna har — att dels ge allmänbildning, dels grundläggande fackutbildning — endast resulterade i att intet av målen nåddes ordentligt. Han menade därför, att man borde dela upp kursen med olika mål på den matematiska grenen och på andra grenar. Man skulle då få möjlighet att i kursen på den förra grenen få in tillämpningar på

differentialräkning och överhuvud taget få utvecklingen inom fysiken avspeglad i skolkursen.

I kemi inleddes diskussionen av lektor Bertil Englund med ett uppskattat föredrag kring problemet hur man inom skolkursen skall kunna ge både allmänbildning och fackutbildning. Han betonade därvid experimentets centrala betydelse vid undervisningen samt att det viktigaste teoretiska momentet är jämviktsläran.

I programmet ingick också diskussion kring problemet om lärarutbildningen, där man kunde konstatera att denna ligger på en jämförelsevis hög nivå i Sverige. Vidare informerade professor R. Tangen om vad som förekommit vid OEEC-mötet i fysik i Paris, där särskilt de nya kursplanerna i fysik i USA väckt intresse.

Uppskattade inslag i kongressen utgjorde demonstrationer i fysik och kemi. Lektor Aarre Saarnio, Finland, gav en intressant förevisning av ny fysikmateriel, lektor Ola Lindstad, Oslo, utförde en rad mycket instruktiva växelströmsförsök och adjunkt Ivar Stål, Saltsjöbaden, fångade intresset med vackra fotokemiska försök.

Vid kongressens avslutning antogs tre resolutioner som resultat av det förslag som framlagts av lektor Bror Gustaver (se Elementa 43: 2). En riktades till ecklesiastik- och undervisningsdepartementen med begäran om ett intimare samarbete mellan de nordiska lärarorganisationerna och Nordiska Kulturkommissionen, vilken med en sektion arbetar med kursplanerevideringar. Den andra resolutionen sändes till respektive ämnesföreningar med begäran om tillsättande av en internordisk kommitté med uppgift att intensifiera det nordiska samarbetet under tiden mellan kongresserna och tjänstgöra som remissorgan till Nordiska Kulturkommissionen. Den tredje resolutionen påpekade nödvändigheten av ökad forskning rörande omfattningen och utformningen av elevlaborationerna i fysik och kemi.

För de passiva deltagarna hade ordnats ett omfattande sightseeingprogram med visningar av Oslos vackra omgivningar. De gemensamma programpunkterna, som vid sådana här kongresser ger uppskattade tillfällen till kontakter mellan de nordiska deltagarna, var mycket lyckade. Särskilt kommer deltagarna att minnas Oslo stads förnämliga mottagning i Rådhuset samt den sista kongresskvällen. Denna började med en båttur på Oslofjorden med start vid den vackra Rådhusplatsen och fortsatte sedan med festlig kongressmiddag på restaurang Kongen, belägen uti i fjorden med vacker utsikt i den vackra augustikvällen in mot huvudstaden.

Norsk Lektorlag var värd för denna minnesvärda kongress, där goda och säkerligen bestående kontakter skapades mellan aktiva och passiva deltagare från Finland och Danmark, Norge och Sverige. Att kongresserna kommer att fortleva framgick också av det glada mot-

tagandet av Finlands inbjudan till en femte LMFK-kongress i Helsingfors.

Förtjänsten att denna, den fjärde i raden av LMFK-kongresser, blev så lyckad ligger givetvis hos kongresskommittén, och deltagarnas slutapplåd till dess ordförande, rektor Thomas Skjulstad, tolkade deras tacksamhet för det imponerande arbete denne och hans medhjälpare nedlagt för att göra dagarna i Oslo så trivsamma. *Jan Unenge*

Atomreaktorkurs för lärare i Studsvik

Även under sommaren 1960 ordnades samnordiska kurser med ekonomiskt bidrag från OEEC. En av dessa kurser var förlagd till AB Atomenergis forskningsstation i Studsvik under tiden 28 juni—7 juli. I kursen deltog 13 svenska, 11 danska och 6 norska lärare.

Under kursens första dagar hölls föreläsningar av Atomenergis forskare i Studsvik, vilka behandlade atomreaktorernas byggnad och arbetssätt, reglering och användning. Särskilt behandlades strålningsriskerna och strålskyddsanordningarna, en fråga som har stor aktualitet särskilt för svenska lärare. Kursdeltagarna fick också närmare studera de båda reaktorerna R-0 och R-2-0 i Studsvik. Vidare undersöktes det radioaktiva avfallets styrka i luft och i vattnet.

Under kursens senare del fick deltagarna utföra laborationer på den fysikalisk-kemiska institutionen vid Tekniska Högskolan i Stockholm, där civilingenjör Lennart Devell ledde genomförandet av de laborationer, som ingår i de behörighetskurser, som den kemiska industrin ordnar för handhavandet av radioaktiva preparat.

I kursprogrammet ingick också studiebesök vid Nobelinstitutets avdelning för fysik, vid de fysiska och kemiska institutionerna i Uppsala universitet samt vid avdelningen för elektronik vid Tekniska Högskolan, där docent Bo Lehnert gav en intressant demonstration av de undersökningar, som där bedrivs rörande jordens magnetfält, norrskensfenomenet m. m.

En kväll gjordes en utflykt till Ytterby gruva, där lektor Arvid Hedelius berättade om gruvans historia och där kursdeltagarna fick tillfälle att med hjälp av GM-rör leta efter radioaktiva mineral.

Huvudansvarig för programmet var docent Hans von Ubisch och det förnämliga sätt, på vilket han ledde programmet och det intresse AB Atomenergi visade för att ge deltagarna en värdefull och lärorik kurs, resulterade i en atomreaktorkurs, som man hoppas kan upprepas kommande somrar, särskilt med tanke på att en fortbildningskurs med denna uppläggning är av stort värde för lärare i fysik och kem i dagens och morgondagens skola. *Jan Unenge*

Engelsk-svenska science-kurser i Sigtuna och Oxford

Under tio dagar i slutet av juli deltog cirka trettio svenska lärare i »science» (fysik, kemi, biologi) tillsammans med lika många engelska i en konferens i Oxford med förläggning i det nyuppförda presbyterianska Westminster Training College. Dessförinnan hade under några dagar varje engelsk deltagare varit värd för var sin svensk, som på så sätt fick leva sig in i en orts lokala skolsituation.

Samma personer hade sommaren 1959 deltagit i en motsvarande, likaledes tio dagars, konferens i Sigtuna. Ändamålet med dessa båda möten var att på respektive hemmaplaner sammanföra svenska och engelska lärare från olika skolstadier och orientera dem om studiemål, organisation och metodik i de båda ländernas skolor.

Initiativet till dessa kurser togs av det engelska undervisningsministeriet, som tidigare genomfört liknande kontaktkonferenser med bl. a. Norge. Representanter vid planläggningen var fysikerna Long, Tricker och Williams, biologen och astronomen Comber samt kemisten Booth. I Sverige hänvände man sig till SÖ, som sedan samarbetade med de naturvetenskapliga lärarföreningarna och med Svenska Institutet. Det svenska ledarteamet utgjordes av lektor E. Knave, som bar huvudansvaret, lektorerna B. Nilsson, K.-E. Näsmark, T. Linell och adjunkt T. Donnér.

I Sigtuna gavs bl. a. översikter av naturvetenskapens ställning i svenska och engelska skolor. Man avlade studiebesök i Stockholm, Västerås, Uppsala, varvid skolor, vetenskapliga institutioner och industrier besöktes. I det biologiska inslaget ingick ett besök vid Linnés Hammarby och ett stort antal exkursioner.

Redan i Sigtuna hade Long, Booth och Comber givit ingående introduktioner till kapitlen om elektriska mätningar, atomteori och evolution. Comber visade också upp möjligheter till studier i planetsystemets mekanik ur uppgifterna i nautiska almanackor. I Oxford berättade samme man intensivt och fascinerande om sina odlingsserier för demonstration av Mendels lagar. Dr Tricker redogjorde för experimentell behandling av elektriska strömmars verkan på varandra i anslutning till Ampères försök och gav en bejublad översikt över mekanikmetodik med massor av försök, där den vithårige chefinspektören bl. a. demonstrerade dans på slak lina. En av programmets höjdpunkter var ett föredrag om »Science for Non-Scientists» av den för sina skolinsatser adlade lord James of Rusholme. Lektor Knave föreläste om elektronik och var som ledare i hög grad ansvarig för kursens charmfulla atmosfär. Lektor Bengt Nilsson berättade om ryskt skolväsen och en rad kursdeltagare, svenskar och engelsmän, medverkade på skilda sätt.

Överhuvud lägger man i England stor vikt vid att lära eleverna »tänka». Varje lärare tycks också känna skyldighet att av enkla medel bygga samman instruktiva och roande apparater. Den »Aufbau»-princip, som icke minst genom våra skolmaterielfirmors verksamhet börjar gå svenska lärare i blodet lyser i England nästan helt med sin frånvaro.

Intressanta och instruktiva var besöken vid engelska skolor. Bland skolor med goda institutioner kan nämnas Eton. För denna skolas 1200 elever finns sju fysiklärare. Lokalerna är mycket rymliga och utom lärarna arbetar enbart på fysikum tre instrumentmakareutbildade vaktmästar-assistenter. En engelsk lärare får för institutionsföreståndarskap tabellmässigt fastställd extra ersättning upp till 500 pund om året.

Utflykter gjordes till isotopskolan i Wantage, till Science Museum och Linnémuseet i London, till en elektronik- och räknemaskinindustri samt till Stratford on Avon, där deltagarna fick se Köpmannen i Venedig. *Daniel Borg*

Bokanmälningar

Mechanisation of Thought Processes, Vol. I–II. National Physical Laboratory. Symposium no. 10. London, 1959. Paperbound, Pp. X+980, 50s.

Det är med viss förväntan man bläddrar i ovanstående rapport från ett symposium i datamaskiners användning, hållet i London den 24–27 november 1958. Volymerna innehålla en beskrivning av uppnådda resultat i fråga om automatisk kodning, maskinell språköversättning och många andra intressanta och fängslande ämnen. Anmälaren måste tyvärr konstatera, att de resultat som meddelas för det mesta äro ganska enkla, alla pretentiösa rubriker till trots. Man får det intrycket, att de betydande olikheterna i datamaskinernas konstruktion medför, att forskare knutna till olika maskiner måste börja från början med de flesta problem och inte kunna utnyttja varandras erfarenhet och resultat i önskvärd utsträckning. Vidare influeras forskarnas tänkesätt i överraskande hög grad av att applikationer av resultaten för en viss maskin ständigt måste hållas i åtanke.

Naturligtvis äro artiklarna i ett arbete som detta, där alla föredrag och diskussionsinlägg publiceras, av starkt skiftande kvalitet. På grund av ganska utförliga litteraturhänvisningar och som översikt betraktat har arbetet värde som referensverk. Priset är ju också facilt. *Hans Riesel*

Carl-Erik Fröberg, *Numerisk analys*. Lunds Studentkårs Intressebyrå, Lund, 1959. 160 s., kr. 16: –.

Numerisk analys – eller konsten att korrekt och ekonomiskt utföra numeriska beräkningar – har länge varit en specialitet för astronomer, geodeter, statistiker och ett litet antal andra kategorier av fackmän; för de flesta av dem kanske ett nödvändigt ont, men för några också ett ädelt konsthantverk, inom vilket det var möjligt att uppnå stor individuell skicklighet. Datamaskinernas tillkomst har medfört en enorm ökning av volymen av det beräkningsarbete som årligen utförs i världen. Räknat i antal räkneoperationer torde det röra sig om en multiplicering med en faktor 10^8, jämfört med för tio år sedan. Konsthantverksatmosfären har därmed kanske dunstat bort, men behovet av finare och skarpare metoder har inte minskat utan förstärkts ytterligare genom att de nu också spar dyrbar maskintid. Nya fält för kvantitativa metoder har öppnats i operationsanalys, taktiska spel, simulering etc. och kallar på utforskning och nya metoder. Antalet människor sysselsatta med räknearbete har till följd av dessa arbetsbesparande datamaskiner paradoxalt nog också ökat kraftigt (ehuru ingalunda med en faktor 10^8).

Allt detta tillsammans medför direkt och indirekt en mycket stor efterfrågan på utbildning och utbildningslitteratur i numerisk analys och angränsande ämnen. I Sverige har sådan utbildning ganska länge givits vid de tekniska högskolorna i successivt växande omfattning. Sedan ett par år är numerisk analys också ett självständigt examensämne vid universitetet i Lund. Det föreliggande kompendiet härrör från föreläsningsserier givna i Lund och anges omfatta ungefär tvåbetygskursen i ämnet. Det utgör ett välkommet tillskott till vår ännu så länge magra litteratur inom detta område.

Förf. genomgår klart och kortfattat den klassiska numeriska analysen: interpolation, kvadratur, integration av differentialekvationer, lösning av ekvationer och ekvationssystem, samt approximation av funktioner. Två nya områden, Monte Carlo-metoder och linjär programmering, introduceras, likaledes kortfattat. I alla de klassiska kapitlen ges färska metoder från datamaskinernas era, såsom Gills variant av Runge-Kuttas metod (att integrera ordinära differentialekvationer), Givens metod att beräkna egenvärden (för reella, symmetriska matriser), »kvot-skillnads-algoritmen» (för att beräkna rötter till polynom, bl. a.), nya trick för summering av långsamt konvergerande serier, m. m.

Tack vare denna aktualitet är kompendiet värdefullt även för den redan utbildade numerikern; åtskilliga av de nyheter som medtagits har ännu inte publicerats i bokform utomlands. Framställningen är pedagogiskt välplanerad, med en lagom proportion mellan härled-

ningar och exempel, och synpunkterna vittnar om författarens solida erfarenhet. Kompendiet fyller därför säkerligen på ett förträffligt sätt sitt angivna syfte: att tjäna som underlag vid undervisning i numerisk analys men lämpar sig förmodligen inte fullt lika bra för självstudier. Därtill är framställningen alltför kortfattad och alltför direkt adresserad till läsare med akademisk bakgrund, dvs. ungefär ettbetygskunskaper i matematik. Övningsexempel har ej heller medtagits.

Ehuru kompendiet sålunda inte tillfredsställer alla nuvarande behov av utbildningslitteratur i numerisk analys, så är den uppgift det fyller viktig nog, och det både förtjänar att bli, och kommer säkert att bli vida spritt och använt. Därmed är inte sagt att det inte finns utrymme för en del förbättringar. Det koncisa skrivsättet har på några ställen blivit alltför koncist, och några begrepp otillräckligt presenterade, t. ex. »semikonvergent» på s. 52, »kvadratisk konvergens» på s. 90 och »frekvens» på s. 138. Det är att hoppas att förf. får tillfälle att korrigera dessa och andra smärre brister vid nästa upplaga, som torde vara snart förestående. Även referenserna är en smula ojämna och borde ökas, såväl i utförlighet som antal. *Göran Kjellberg*

R. A. Fisher, *Statistical Methods and Scientific Inference.* Sec. Ed. Oliver and Boyd, Edinburgh and London, 1959. Pp. 178, 16s. net.

R. A. Fisher är en jätte i statistikens värld som omgestaltat både teori och metodik. Förmodligen kommer han en gång att benämnas den matematiska statistikens fader. Hans båda böcker Statistical methods for research workers och The design of experiments har begrundats och tillämpats av stora skaror av statistikstuderande och forskare.

På äldre dagar har Fisher låtit sin obestridliga polemiska talang utvecklas på ett icke helt sympatiskt sätt. Redan av det skälet kan hans senaste bok inte väntas få tillnärmelsevis samma betydelse som hans föregående arbeten. Angreppet på Karl Pearson i förordet är otäckt och lämnar en bitter eftersmak hos läsaren. Boken har tillkommit med anledning av en diskussion i en facktidskrift mellan Fisher och en rad statistiker med Neyman i spetsen. Fisher försvarar med elegans och frenesi sitt s. k. fiduciella sannolikhetsbegrepp, vilket numera övergivits av de flesta. I det avslutande kapitlet om estimation är tonen lugnare, och man tar med nöje del av den koncisa framställningen.

Boken ger som helhet en sammanfattning av Fishers ståndpunkt som är värdefull för fackstatistikern att ha tillgång till. Framtida historieskrivare kommer nog främst att förvåna sig över att så intensiva känslor kan uppväckas vid diskussion av torra statistiska grundbegrepp. *Gunnar Blom*

F. G. Tricomi, *Fonctions hypergéométriques confluentes*, Mémorial des sciences mathématiques, Gauthier-Villars, Paris, 1960, 86 p., 20 NF.

Med konfluenta hypergeometriska funktioner menas lösningar till ekvationen $xy''+(c-x)y'+ay=0$, där a och c är parametrar. Besselfunktioner, Laguerre- och Hermitepolynom, den ofullständiga gammafunktionen, felfunktionen, Fresnels integraler etc. kan uppfattas som specialfall.

Föreliggande häfte innehåller en mycket komprimerad version av samme författares *Funzioni ipergeometriche confluenti*, Rom 1954, 328 p. I kapitel 1 diskuteras de allmänna egenskaperna hos Kummers funktion, definierad som den hela funktion som uppfyller differentialekvationen och har värdet 1 i origo. Andra kapitlet ägnas åt integralframställningar, huvudsakligen av Laplacetyp. Dessa leder till en annan form på den andra lösningen än den som angivits av Whittaker. Kapitel 3 innehåller asymptotuppskattningar av olika slag och en mycket överskådlig beskrivning av nollställenas fördelning. Det fjärde och sista kapitlet handlar mest om speciella konfluenta hypergeometriska funktioner, särskilt den ofullständiga gammafunktionen. Tillämpningar ges inom de mest skiftande områden. Bland dem hittar man sannolikhetsfördelningen för resultanten till ett stort antal vektorer, reflexion av vattenvågor, fördelningen av de heltal, som är summan av två k-potenser(!), kvantmekanikens tvåkropparproblem och nedböjningen hos en elastisk platta.

Framställningen är klar och elegant men mycket kortfattad. Detta ställer naturligtvis krav på läsaren även om det teoretiskt sett endast krävs kännedom om grunderna av teorin för differentialekvationer av andra ordningen i det komplexa. *Jan Petersson*

C. R. Wylie, Jr., *Advanced Engineering Mathematics*. Sec. Ed. McGraw-Hill Book Company, New York/London, 1960. Pp. 646, 70s. net.

Denna bok innehåller bortsett från grundläggande differential- och integralkalkyl i stort sett den matematikkurs, som läses vid en svensk teknisk högskola på elektrotekniska linjen: linjär algebra, ordinära och partiella differentialekvationer, differensräkning, Fourierserier och Fourierintegraler, Laplacetransformer, Besselfunktioner och Legendrepolynom, analytiska funktioner och konform avbildning samt vektoranalys. Behandlingen av de olika avsnitten är tämligen traditionell. Den linjära algebran börjar sålunda med den klassiska teorin för determinanter. Framställningen är dock mycket klar och illustreras av väl valda tillämpningar. Boken innehåller mer än 1000 övningsuppgifter, med svar till cirka hälften. Boken kan framför allt rekommenderas till en civilingenjör, som vill friska upp sina matematikkunskaper. *Lennart Råde*

GASTON JULIA, *Éléments d'algèbre*, Gauthier-Villars, Paris, 1959. 207 p. 38 NF.

Julias bok återger föreläsningar som getts vid l'École Polytechnique sedan 1956. Ett mindre inledande kapitel utgörs väsentligen av gruppteori, för övrigt är innehållet lineär algebra. Först i huvudavsnittet finner man teori för ändligtdimensionella lineära rum över de komplexa talen. Den för till en diskussion av spektrum och resolventen vid en lineär avbildning. Bl. a. behandlas potensserieframställningen av resolventen. Vektorer beskrivs alltid genom sina koordinater, så att framställningen i stor utsträckning är matriskalkyl. Läsaren förutsätts känna till determinanter och lineära ekvationssystem. — Efter en diskussion av unitära avbildningar i metriska rum följer en undersökning av representantsystem för klasserna av kvadratiska matriser under den unitära gruppen. Speciellt behandlas de kanoniska formerna för normala, hermiteska och unitära matriser. Man finner också teorin för beräkning av egenvärdena till en hermitesk matris genom lösning av min-max-problem, liksom Cayleytransformationen mellan hermiteska och unitära avbildningar. Det sista kapitlet ägnas åt tensorer.

Boktiteln förefaller litet missvisande. Framställningen är lättläst och inom sig väl avvägd, fast något okoncentrerad och oslipad. Övningsproblem saknas nästan helt. *Gunnar Bergendal*

G. T. GUILBAUD, *What is Cybernetics?* Heinemann, London, 1959. Pp. 126, 10s. 6d.

Alltsedan Norbert Wiener år 1949 gav ut en uppmärksammad bok (se Elementa *32*, 1949, 215) har cybernetik varit ett modeord som satt fantasin i rörelse och gett näring åt dunkla tankar om släktskapen mellan nervsystem, elektronhjärnor och robotar. Guilbaud, kritiskt lagd fransman, ger i en skrift som utkommit i engelsk översättning en anspråkslös och balanserad redogörelse för cybernetiken, läran om kontroll och kommunikation.

I bokens första del, om kontroll, förklarar författaren med enkla exempel innebörden av termer såsom servomekanism, återkoppling och homeostat. I andra delen, som sysslar med kommunikation, behandlar han mycket elementärt de grundläggande ideerna i informationsteorien och återger Shannons numera välkända tillämpningar på språkets natur. Tredje delen innehåller rätt intetsägande reflexioner om förhållandet mellan cybernetik och spelteori.

Bokens slutord minns man gärna: När »elektronhjärnornas» fantastiska möjligheter lovordas, emedan de utför enorma beräkningar på en hundradels sekund, är ingen större skada skedd. När det sägs att dessa maskiner, stora eller små, kommer att medföra sensationella

upptäckter inom fysiologi och psykologi, börjar det bli mindre trevligt. Men när det högtidligt försäkras, att det är genom roboten som människan till sist börjar förstå sitt eget väsen, tycker jag inte vi skall bli förargade. »Pour ce que rire est le propre de l'homme», som Rabelais sade; robotar skrattar inte. *Gunnar Blom*

F. S. Acton, *Analysis of Straight-Line Data.* Wiley & Sons, New York/ Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 267, $ 7.95.

Ett observationsmaterial föreligger i form av ett antal värdepar x_i, y_i. Ligger de på rät linje? Hur skall en rät linje bäst anpassas? Hur stor är spridningen kring linjen eller osäkerheten i ett skattat värde? Dessa och liknande frågor behandlas i kursböckerna efter given mall, hederligt men ytligt. Författaren till denna bok har brutit med slentrianen och försökt tränga till botten av de till synes enkla men i själva verket nog så invecklade frågorna.

Han behandlar tre huvudmodeller, den klassiska regressionsmodellen med x_i fixa och y_i slumpmässiga (105 sidor), Walds regressionsmodell med x_i och y_i slumpmässiga (43 sidor) samt korrelationsmodellen med x_i, y_i uttagna från en tvådimensionell normalfördelning (16 sidor). Sidproportionerna är både tänkvärda och lovvärda. Vidare diskuteras i någon utsträckning variansanalys, användning av ortogonala polynom och prövning av extrema observationer. Multipel regression har inte medtagits.

Acton är en klok karl som skriver trevligt och lär läsaren två väsentliga ting: att tänka i modeller och att vara kritisk mot patentlösningar. Avsnittet om statistiska snabbmetoder tycks ha tillkommit litet för snabbt; i övrigt är boken noggrant gjord. Den är nyttig främst för yrkesstatistiker men också för den publik som författaren egentligen vänder sig till, nämligen statistiskt intresserade ingenjörer och naturvetare. Man undrar bara, om denna tilltänkta läsekrets har möjlighet att ägna så mycket tid åt ett spörsmål som för praktikern måste förbli ett detaljproblem bland många. *Gunnar Blom*

René Garnier, *Cours de mathématiques générales* (Analyse et Géométrie) Tome IV, 2e éd. Gauthier-Villars, Paris, 1959. 275 p., 45 NF ($ 9.46).

Föreliggande häfte utgör det sista av fyra i en läroboksserie, vars tidigare delar inte varit tillgängliga för recensenten. Bokens första hälft handlar om ordinära differentialekvationer med olika avsnitt om ekvationer av första ordningen, av andra ordningen, lineära ekvationer och system av ekvationer. Därefter följer ett kapitel (en fjärdedel av boken) om partiella differentialekvationer, väsentligen lineära ekvationer av första ordningen och en kort diskussion av den

svängande strängen och Fourierserier. De sista femtio sidorna utgörs av de problem i analys, som givits för Certificat d'études supérieures de mathématiques générales vid parisfakulteten under åren 1928 till 1955.

Boken ger lösningsmetoder för olika mer eller mindre speciella typer av ekvationer. I ett tillägg ges ett existensbevis, men för övrigt hänvisas ofta till andra arbeten i grundläggande frågor. Arbetet ger ett allmänt intryck av god exempelsamling. *Gunnar Bergendal*

G. H. Wannier, *Elements of Solid State Theory.* Cambridge University Press, 1959. Pp. 270, 35s. net.

Den numera mycket rikhaltiga litteraturen inom solid-state-fysiken upptar i första hand ett antal översiktliga arbeten, såsom läroböckerna av Kittel, Dekker och Sinnott, vilka är lämpliga att läsa som en introduktion till det fasta tillståndets fysik i sin helhet. För ett mera fördjupat studium av någon begränsad del av området finnes sedan ett stort antal monografier och artiklar, exempelvis i Academic Press' Solid State Physicsserie, vilka för läsaren fram till forskningens frontlinjer. Wanniers bok intar här en mellanställning. Den tar upp problem från många delar av det fasta tillståndets fysik men behandlar, som titeln anger, främst de teoretiska aspekterna. Härvidlag erbjuder Wannier en avsevärt mera stringent och fördjupad framställning än vad som ryms inom ramen för de ovannämnda läroböckerna men fordrar å andra sidan ett stort mått av förkunskaper. Som exempel kan nämnas kapitlet om gittervibrationer, där behandlingen, med gruppteoretiska resonemang, utsträckes även till tre dimensioner, samt avsnittet om metallbindning, där metoden med Hartree-räkningar illustreras. Som oftast innebär dock den matematiska och kvantmekaniska framställningen en begränsning av åskådligheten, vilken i vissa kapitel även lider av brist på illustrationer.

Kapitel 1 behandlar kristallgeometri och diskuterar Bravais-gitter i två och tre dimensioner och deras symmetriegenskaper. Bildmaterialet är glädjande stort, (40 % av bokens bilder) vilket innebär stor åskådlighet. Ett kort kapitel om diffraktion och det reciproka gittret följs av framställningen av gittervibrationer, där diskussionen av det tredimensionella fallet tilldrar sig intresset. Specifikt värme kommer som en naturlig avslutning. Kapitel 4 handlar i stort sett om magnetiska fenomen, bl. a. diskuteras Ising-modellen ingående. Elektronteorien tages upp i nästa kapitel med periodiska potentialer i en och tre dimensioner, fermistatistik och »tight-binding»-approximationen behandlade. Kapitel 6 ägnas halvledare med en renodlat kvantmekanisk beskrivning av laddningsbärarnas uppträdande, och följes av ett kapitel om konduktivitet från samma utgångspunkter. Slutligen ges

en översikt av olika slag av kemisk bindning. Varje kapitel avslutas med en utförlig bibliografi, samt problem för läsaren, vilket förhöjer arbetets värde.

Man kan knappast tillgodogöra sig boken, i varje fall inte läsa den med behållning utan att vara väl hemmastadd med den allmänna och experimentella bakgrunden i solid-state-fysiken. Vidare fordras goda förkunskaper i matematik, kvantmekanik och atomfysik. En läsare med dessa förutsättningar bör ha mycket stort utbyte av Wanniers eleganta framställning av hur man tillämpar den moderna teoretiska fysiken på problemen inom det fasta tillståndets fysik. Boken bör även vara en värdefull hjälp för vidare studier av den teoretiska speciallitteraturen.

Pär Bergvall

E. Norman Lurch. *Fundamentals of Electronics.* Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1960. Pp. 631, $ 8.25.

Boken utgör en bred inventering av den tillämpade elektroniken och omfattar 26 kapitel om röret och transistorn i förstärkare, oscillatorer, pulskopplingar, modulatorer och detektorer. Författaren, som är professor vid State University of New York, riktar sig med denna bok inte till specialisterna — elektronikingenjörerna — utan till alla dem som behöver en översiktlig förståelse av elektronikens många tillämpningar.

Boken är pedagogiskt väl skriven, och varje kapitel avslutas med ett antal repetitionsfrågor och några räkneuppgifter (tyvärr finns inte svar på samtliga), så att uppläggningen påminner om en korrespondenskurs. Detta gör att boken är mycket lämplig för självstudier, och den kan rekommenderas för »vid sidan om»-läsning för clever vid tekniska läroverk och även högskolor.

Härledningar av olika dimensioneringar och överhuvudtaget den matematiska behandlingen är på grund av innehållets bredd mycket kortfattade. Ett undantag utgör härvidlag ett kapitel om småsignalförstärkare med transistorer, i vilket författaren bollat med h-parametrarna genom drygt tiotalet sidor. Här hade läsaren haft större behållning, om författaren hade begränsat sig till det väsentliga och gärna idealiserat förhållandena litet mera. Man får å andra sidan vara tacksam för att alla andra parametertyper hänvisats till ett appendix för att inte ytterligare öka förvirringen för den oinvigde.

Många delar är utmärkt behandlade i boken, och för den som vill tränga djupare in i skilda problem, finns litteraturreferenser efter varje kapitel. Bokens värde förhöjs av ett detaljerat sakregister.

G. Markesjö

G. J. Van Wylen, *Thermodynamics*. Wiley & Sons, New York, 1959. Pp. XXIII+567, $ 7.95.

Föreliggande arbete är skrivet i första hand för teknologer, men även universitetsstuderande torde ha stort utbyte av det. Boken behandlar endast den klassiska termodynamiken.

I ett inledande kapitel (12 s.) demonstreras några viktiga värmemaskiner. De nio följande kapitlen (251 s.) kan sägas bilda en enhet, såtillvida att författaren här presenterar termodynamikens grundläggande begrepp och lagar. Det är tacknämligt att inte mindre än 72 s. ägnas åt begreppen arbete och värme samt sist men inte minst första huvudsatsen, som inte alltid är så enkel att använda för nybörjaren. På ett föredömligt sätt klargöres hur energibalansen ser ut för det slutna resp. öppna termodynamiska systemet. Efter läsningen av detta avsnitt kan läsaren knappast sväva i tvivelsmål om när storheterna inre energi resp. entalpi lämpligen skall användas.

Andra huvudsatsen och entropin brukar ju utgöra verkliga stötestenar för nybörjaren. Detta avsnitt i föreliggande bok synes mig inte ligga på samma höga nivå som den övriga framställningen. Vissa partier är dock glansfullt skrivna, så t. ex. kapitlet »Availability, Irreversibility and Efficiency». Lärorik är demonstrationen av hur ångtabeller samt motsvarande h-s- och T-s-diagram beräknas och sedan utnyttjas vid problemlösning. Utmärkt är också det som står att läsa om ideala gaser och blandningar av dylika.

Bokens senare del (253 s.), som omfattar sex kapitel, beskriver relativt ingående vissa tekniskt viktiga processer. Några titlar kanske kan ge en uppfattning om innehållet: kolvmaskiner, värmemotorer och värmepumpar, strömning genom kanaler och skovelgitter. Den enorma utvecklingen på flygmotorområdet (gasturbiner och raketer) har satt tydliga spår i bokens två sista kapitel som handlar om kemiska reaktioner och jämvikt. Här dominerar helt förbränningstekniska resonemang och beräkningar.

I den löpande texten är inte mindre än 125 detaljerat genomräknade exempel inplacerade på strategiskt viktiga punkter. Dessutom avslutas varje kapitel med ett antal övningsproblem (sammanlagt ca 300, varav 90 med svar). Boken innehåller 34 s. tabeller och diagram.

Författaren använder konsekvent anglosaxiska enheter, vilket ju är en olägenhet för en svensk läsare. Det må dock framhållas att de använda enhetsbeteckningarna är utomordentligt strikta hela boken igenom. Sålunda åtskiljs kraft- och massenhet genom beteckningarna lbf resp. lbm, tryckenheten skrivs lbf/in.^{2} i stället för psi etc.

Modern typografi och sobert band bidrar till det goda intrycket.

Lennart N. Sandin

E. Segrè, *Experimental Nuclear Physics*, Volume III. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 811, $ 23.00.

Tredje och sista delen av detta verk — vars två första volymer anmäldes i Elementa, *37*, 48, 1954 — vänder sig främst till kärnspektroskopisterna. Den täcker avdelningarna α-, β- och γ-spektroskopi samt innehåller som avslutning ett mera fristående kapitel om partikelacceleratorer. Genom att låta specialiserade medförfattare svara för varje område har Segrè liksom i de två föregående volymerna kunnat åstadkomma en helt igenom auktoritativ och i rimlig grad fullständig behandling. Sålunda står G. C. Hanna som författare till α-spektroskopikapitlet, M. Deutsch och O. Kofoed-Hansen till β- och γ-spektroskopin och E. M. McMillan till avsnittet om acceleratorer.

Boken är skriven för experimentalfysiker. Avvägningen mellan de avsnitt som ger den teoretiska bakgrunden och de som behandlar experimentella metoder och apparattekniska detaljer är väl genomförd. Den syftar främst till att ge läsaren en översikt över de förutsättningar, varunder de teoretiska uttrycken härleds, och stegen i härledningarna återges endast i stora drag. Utan att behöva tränga in i alltför stora mängder detaljer får experimentalfysikern på detta sätt lätt ett utomordentligt underlag för sitt arbete. Dock kan man påpeka att framställningen i några sådana fall gjorts alltför kryptisk för att vara direkt användbar.

Det jättelika referensmaterialet (omkring 2000 st.) gör det möjligt att i varje moment övergå till originallitteraturen och det utgör en värdefull bibliografi. De exempel på apparater som medtagits är till stor del tagna ur respektive författares egen erfarenhetssfär, men är trots detta representativa. Vissa grundläggande delar av utrustningen, såsom partikeldetektorer och de olika typerna av fokusserande elektriska och magnetiska fält har behandlats mycket ingående. Materialet är helt up to date; man finner bl. a. en mycket överskådlig framställning av den nya behandlingen av beta-sönderfallet med hjälp av den s. k. två-komponentteorin. Den är mycket inspirerande och ger hela den utveckling, som skett sedan paritetslagens fall fastställdes år 1957. Acceleratorutvecklingen följs fram till Bevatronen och principen om »strong focusing».

Denna bok torde ha stora utsikter att bli ett standardverk inom området och kan — med lämplig komplettering i vissa teoretiska avsnitt — lämpa sig väl för studier på licentiatstadiet. Författarna har lyckats med konststycket att samtidigt som de presenterar en lång rad specialiserade mätmetoder ständigt hålla de gemensamma målen för alla kärnfysikaliska undersökningar levande för läsaren.

Erik Karlsson

J. L. Onsley (Editor), *Biophysical Science — A Study Program.* Wiley & Sons, New York, 1959. Pp. 568+index, $ 6.50.

Föreliggande bok utgör en samling uppsatser — 61 stycken — baserade på föredrag hållna vid biofysikkonferensen i Boulder, Colorado, U. S. A. sommaren 1958. Eftersom 50 författare, representerande vitt skilda arbetsriktningar inom den moderna biofysiken, bidragit till volymen är det naturligt att innehållet blivit högst varierande. Flertalet bidrag har karaktären av översiktsartiklar, men man finner även en hel del originalarbeten. Då författarna i allmänhet ger orienterande inledningar till sina respektive forskningsfält och artiklarna överlag är mycket välskrivna är boken lättläst och stimulerande vartill det utsökta bildmaterialet givetvis bidrar. Som helhet ger boken ett utomordentligt starkt intryck av hur fruktbärande det visat sig vara att applicera fysikaliska metoder och tänkesätt på biologiska problem.

Det är här ogörligt att ens ge en fragmentarisk bild av bokens mångskiftande innehåll, som sträcker sig från sinnesfysiologi, genetik och radiobiologi över molekylarbiologi till rent matematiska synpunkter på biologiska fenomen. Det går emellertid att urskilja ett par huvudriktningar inom biofysiken, som just nu är särskilt aktuella. Många artiklar behandlar sålunda makromolekylerna ur fysikalisk synvinkel. Bland de metoder som använts för att söka utröna makromolekylernas steriska konfiguration har röntgendiffraktionen utan tvekan visat sig vara den förnämsta, och i flera uppsatser presenteras de senaste resultaten på detta område. Man har i dag en ganska god uppfattning om den allmänna organisationen av äggvitekedjorna i såväl fiberartade som globulära proteiner, och de biologiskt viktiga nukleinsyrornas struktur har likaledes klarlagts. Ett annat stort och viktigt fält inom biofysikens ram som just nu är föremål för en intensiv bearbetning är ultrastrukturforskningen, dvs. undersökning av organisationen hos biologiska strukturer i storleksområdet 10—10 000 Å. Inom detta område faller flera elektronmikroskopiska arbeten av mycket hög klass, där nervernas och muskelvävnadens ultrastruktur avhandlas. Trots att det ännu är en lång väg kvar, börjar man faktiskt ana ett av de slutliga målen inom ultrastrukturforskningen, nämligen den direkta korrelationen mellan det strukturella underlaget och den biologiska funktionen.

Boken är inte bara av stort allmänt intresse för naturvetare över huvud taget utan tjänar också ändamålet att visa hur det unga gränsområdet biofysik har utvecklats, vad det omfattar och vart det syftar. Boken kan därför varmt rekommenderas åt var och en som vill ha en översikt av ett stimulerande och starkt expanderande forskningsfält.

Diego Carlström

K. H. Spring, *Photons and Electrons.* Methuen's Monographs on Physical Subjects. Methuen, London/Wiley & Sons, New York, 1960. Pp. 133, 10s. 6d. net.

Avsikten med boken är att ge en kort översikt över de olika sätt på vilka elektroner och elektromagnetisk strålning kan växelverka med varandra. Efter ett inledande kapitel som behandlar vissa fundamentala begrepp diskuteras i det följande den foto-elektriska effekten, Compton-effekten, röntgenstrålning och positroner. Författaren behandlar vidare jämförelsevis grundligt elektron-fotonskurarna i den kosmiska strålningen för att i bokens sista kapitel helt kort diskutera en del elektron-fotoneffekter av högre ordning.

Denna lilla bok i fickformat utgör andra upplagan av en bok, som utkom för c:a tio år sedan. Den är i huvudsak ett omtryck av första upplagan, endast sista kapitlet är helt nyskrivet. Boken kan rekommenderas till var och en som vill skaffa sig en inblick i den del av fysiken som behandlar växelverkan mellan fotoner och elektroner.

Krister Kristiansson

Karta över Norra stjärnhimlen. AB H. Lindståhls Bokhandel, Stockholm. Pris komplett med beskrivning 10 kr. Monterad som väggkarta med aluminiumlister i övre och nedre kanten 15 kr., uppklistrad på papp 30 kr.

Av AB Lindståhls Bokhandel har utgivits en mycket vacker stjärnkarta, tryckt på svart botten och med stjärnorna i sex färger efter deras spektraltyper. Kartan är av tjeckiskt ursprung, utarbetad av Centralkontoret för Geodesi och Kartografi i Prag, och utgör en lätt bearbetning av en tidigare tjeckisk karta, utgiven av Sky Publishing Corporation vid Harvards observatorium i Cambridge, U. S. A.: »Mappa Coelestis Nova». Formatet är 76×88 cm.

Det innebär en stor fördel att man direkt av stjärnornas färg på kartan kan avläsa de viktiga egenskaper som ligger i deras spektraltyp, och bara det gör den nya stjärnkartan vida överlägsen äldre kartor i två färger. Till yttermera visso har under kartbilden givits detaljerade spektra av sex typstjärnor med de viktigaste absorptionslinjerna identifierade. Bland övriga finesser på kartan, som ger stjärnor ner till den visuella magnituden 5,0, kan nämnas, att även variabler, dubbelstjärnor, stjärnhopar, galaktiska och extragalaktiska nebulosor ner till denna storleksklass finns markerade. Bakom utförandet ligger ett stort och omsorgsfullt utfört arbete grundat på välkända källor. Värdefull och intressant är också den till kartan hörande beskrivande texten. För den svenska versionen svarar filosofie licentiaterna Lars Olov och Kerstin Lodén.

B. Svenonius

K. A. Thernøe, *Raketter, satellitter og drabanter.* Berlingske forlag, Köpenhamn, 1959. 160 s., dkr. 5: 50.

C.-Chr. Troebst, *Språnget mot månen.* Bonniers, Stockholm, 1960. 230 s., kr. 23: 50.

Tord Hall, *Satelliter och rymdfärder.* Bonniers, Stockholm, 1960. 137 s., kr. 14: 75.

Samtliga är populärvetenskapliga böcker, som vänder sig till en större läsekrets.

Den danska boken är av ganska litet format och tillhör det s. k. »Berlingske Lexikon Bibliotek», en serie böcker i detta mindre format. Den är skriven av en amanuens vid Köpenhamns universitet. Trots det mindre formatet är boken mycket innehållsrik. Den börjar med ett utförligt kapitel om jordens atmosfär, författat i samråd med en dansk statsmeteorolog. De båda huvudkapitlen, om raketen och om raketens tekniska användning, är grundliga och innehåller många detaljer, kanske allt för många. Förf. lär vara känd genom framträdande i dansk radio och TV, och man finner ibland skämtsamma vändningar, som kan höra den stilen till. Men i sina detaljskildringar kommer han ibland med invecklade beskrivningar. Särskilt framställningen på det kemiska området kunde ha behövt utförligare förklaringar eller kunde delvis ha uteslutits. En onödig utförlighet har han däremot ibland, när det gäller att förklara välkända fysiska lagar.

Denne danske författare har mycket litet att säga om de ryska raketerna, och han försvarar detta med att påstå, att vi vet så litet om dem.

Den tyske författaren Troebst kommer däremot i sin bok med mycket utförliga redogörelser för de ryska experimenten. Han tycks vara mycket insatt i raketverksamheten både i USA och i Sovjet. Det framgår icke av någon presentation, om författaren själv har varit verksam på detta område eller om han hämtat allt sitt material från tidningar och facktidskrifter. Hans framställning är lättläst, och den lättas ytterligare genom att han här och där kommer med citat från tidningar, särskilt intervjuer med experter och ledande män efter lyckade eller misslyckade rymdraketuppsändningar. Ofta är det skämtsamma uttalanden, och ibland kommer förf. med lustiga notiser, såsom t. ex. att man i en engelsk resebyrå kan boka »semesterresor med vätskeraketer till månen» och att en engelsk söndagstidning strax efter uppsändningen av Sputnik I utfäste en belöning på ca 750 000 kr. »till den första människa som beträder månen och sedan återvänder till jorden».

Troebsts bok innehåller många instruktiva teckningar, intressanta tabeller och många utmärkta planscher. Översättningen är mycket god.

Den tredje boken, Tord Halls, är en omarbetad upplaga av hans år 958 utgivna bok med samma titel. Den har nu fått med de senaste ktualiteterna på detta område.

Tord Halls bok är mycket instruktiv och lättläst. Den ger utförliga ch lättbegripliga informationer om de senaste framstegen här både i st och väst, bl. a. även en utförlig tablå över satelliter och månraketer okt. 1957—1 april 1960. Boken är också en angenäm läsning med de riginella liknelser, ordval och vändningar, som är karaktäristiska ör förf. Han börjar med sagan om Daedalos och Ikaros i det inledande kapitlet »Från fågelfjädrar till raketer» och behandlar också ätt utförligt Leonardo da Vincis planer. Boken har många instruktiva teckningar samt planscher med högaktuella bilder.

Endast i noter behandlar förf. några hithörande matematiska former. Men själva principerna redogör han rätt utförligt för. Reaktionsprincipen klargör han med det icke ovanliga exemplet med en tralla, där en man står och kastar av tegelstenar bakåt, så att trallan ökar sin fart på rälsen framåt. Här är ett påpekande att göra. Förf. redogör för hur trallan (enligt de givna viktmåtten och kasthastigheten) vid första kastet får en hastighet av 1 mm/sek. men sedan något mer för varje nytt kast Hur mycket det blir vid utkastet av den sista tegelstenen anges inte. Men sedan förf. här har definierat accelerationen vid fritt fall och storheten g, säger han helt oväntat, att »trallan kan däremot mycket väl få en hastighetsökning som är flera gånger större, t. ex. 4 g.» Detta påstående har ingen förklaring. Möjligen menar förf., att trallan till sist kan nå upp till en hastighet större än 4 · 9,81 m/sek, men det är ju en helt annan sak. Detta påstående borde ha rättats till eller förklarats i den nya upplagan.

Conrad Lönnqvist

T. C. Gordon Wagner, *Analytical Transients*. Wiley & Sons, New York/ Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 202, $ 8.75.

En ovanlig bok. Innehållet kan knappast grupperas i någon självklar ordning, vilket författaren är väl medveten om. Ett blockschema i förordet visar sambanden mellan de olika ämnesområdena.

Strömkretsteorin behandlas med utgångspunkt från Laplace-transformationen. Vid elektromekaniska analogier tillämpas ovanligt nog den klassiska mekanikens ekvationer (d'Alemberts princip, Lagranges ekvationer) på elektromekaniska system. Fördelen hos kraft-ström-analogin framför kraft-spänningsanalogin motiveras lättfattligt.

Det följande kapitlet visar hur serieutvecklingar av insvängningsförlopp kan härledas direkt ur kretsvillkoren utan användande av integraltransformationer. Metoden fordrar eftertanke. — Sambandet mellan Fourieranalys och Laplace-transformationen klarläggs. »Gibbs

fenomen» (vid Fouriersyntes) behandlas ingående. Olika stabilitetskriterier genomgås. — I ett kapitel användes transformationsmetoder för att lösa linjära differensekvationer av typen $y_{k+2}+ay_{k+1}+by_k=c$.

I sista kapitlet kommer författaren in på begreppet analytiska funktioner och framhåller att en dylik måste fattas som en funktion av *en* variabel $z=x+iy$ och inte som en funktion av två variabler x och y. Att som motivering härför införa komplexa värden på x och y förefaller olämpligt. Däremot är härledningen av Cauchy-Riemanns ekvationer ur villkoret att funktionen $f(x, y)=g(z, y)$ skall vara oberoende av y mycket belysande.

Som sammanfattning kan sägas att boken inte är lämpad som en första lärobok men är av stort intresse för den som redan sysslat något med hithörande problem. *Dag Thunqvist*

A. M. Kuethe/J. D. Schetzer, *Foundations of Aerodynamics.* Sec. Ed. Wiley & Sons, New York, 1959. Pp. 446, $ 11.75.

Föreliggande lärobok kan sägas vara ett av många bevis på den kraftiga utveckling och utvidgning, som aerodynamiken genomgår. Bokens första upplaga utkom för nio år sedan och den nya, andra upplagan som nu föreligger, har undergått en väsentlig revision och utvidgning. Så t. ex. har kapitlet om en-dimensionell kompressibel strömning utvidgats att även omfatta strömning med värmetillförsel. I kapitlen om laminära och turbulenta gränsskikt har kompressibilitetens inflytande fått ett väsentligt större utrymme. Vidare har i ett appendix diskuterats s. k. reella gaseffekter, dvs. inflytandet på strömningen på grund av att mediet (luft eller annan gas) vid höga temperaturer ej längre kan betraktas som en ideell gas.

Boken gör skäl för sitt namn »Foundations of Aerodynamics» i det att endast ett litet antal praktiska tillämpningar tagits upp till behandling. Den kan tveklöst rekommenderas som inledande och grundläggande lärobok i strömningslära och aerodynamik.

Georg Drougge

Stephen H. Crandall, *Random Vibration,* published jointly by the Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 423, $ 8.50.

Boken är en samling bidrag av utgivaren och tio andra eminenta specialister. Den utgör ett kompendium från en sommarkurs vid M. I. T. 1958. Det gäller fundamentala konstruktionsproblem för raketer och andra rymdfarkoster. Bidragen är starkt heterogena. Här förekommer grundläggande statistiska betraktelser ävensom ingående

ehandling av modern utmattningsforskning och konstruktionsprin-iper med hänsyn till ekonomiska synpunkter. Kanske känner man ärskilt starkt konstruktörens dilemma inför vår bristfälliga kunskap, är det gäller kriterierna på ackumulativ förstörelse under inverkan v störningskrafter, som är blott statistiskt kända. Den som gör sig nödan att arbeta igenom de olika bidragen och den rikhaltiga litera-ur, vartill de ger ingång, har emellertid därmed skaffat sig en god verblick över dagsläget på detta aktuella område.

Folke K. G. Odqvist

Kenneth B. Wiberg, *Laboratory Technique in Organic Chemistry.* McGraw-Hill Book Co., Series in Advanced Chemistry, New York/ London, 1960. Pp. VIII+262, 58s.

Föreliggande bok är, som titeln antyder, en handbok i organisk aboratorieteknik. Som författaren påpekar i förordet vänder sig boken första hand till kemistuderande som just lämnat tvåbetygsstadiet och ämna fortsätta med avancerad organisk forskning. Den torde dock ntressera alla som i sitt arbete ställas inför apparativa och meto-liska problem inom den organiska kemin.

Bokens tre första kapitel äro ägnade åt vätskor, fasta ämnen och gaser. Här genomgås olika reningsförfaranden för organiska substan-ser (destillation, omkristallisation m. m.) samt gängse metoder för prövning av dessas renhet, såsom bestämning av täthet, brytnings-ndex och smältpunkt. I det fjärde kapitlet, »Adsorption and Extrac-ion», är det måhända genomgången av olika kromatografiska me-oder som särskilt intresserar en organiskt inriktad kemist. Det femte kapitlet, »The Reaction», ger praktiska synpunkter på syntesarbete. Olika slag av kolvar, kylare, värmeapparater och dylikt beskrivas. Det understundom kinkiga omrörarproblemet ägnas vederbörlig upp-märksamhet; ett par enklare konstruktioner efterlysas dock här. Halv-nikrometodik beskrives helt kortfattat, katalytisk hydrering mera in-gående. Standardmetoder för rening av diverse lösningsmedel be-skrivas. Det sjätte och sista kapitlet behandlar den organisk-kemiska referenslitteraturen.

Givetvis kan inte på 262 sidor någon uttömmande beskrivning ges av organisk laboratorieteknik. Detta har emellertid ej varit författarens avsikt, och för den som behöver ytterligare informationer om någon speciell detalj ges ett flertal referenser, bl. a. till de välkända verken Weissberger m. fl., Techniques of Organic Chemistry, och Houben-Weyl, Methoden der Organischen Chemie. Professor Wibergs bok är mycket modern och behandlar t. ex. metoder såsom zonsmältning och gaskromatografi. Illustrationerna äro rikhaltiga, och beträffande flera

glasapparater äro de utförda som ritningar med erforderliga mått utsatta, vilket underlättar en eventuell hemmatillverkning. Till ledning för elektronikintresserade finnas kopplingsscheman till bl. a. ett par termistormätbryggor och en tyratronstyrd termostat.

Boken bör vara till stort gagn i laboratoriearbetet och kan livligt rekommenderas. *Bo Lamm*

C. A. Neugebauer/J. B. Newkirk/D. A. Vermileya (Editors), *Structures and Properties of Thin Films.* Wiley & Sons, New York/London, 1959. Pp. 561, $ 15.00.

De tunna hinnorna har under senare år varit föremål för ett omfattande intresse. I en del fall har de använts som ett hjälpmedel vid studiet av egenskaper i det massiva tillståndet, eftersom undersökningarna ofta kan vara lämpligare att utföra med hinnorna. Så t. ex. möjliggör elektronmikroskopet numera utan alltför stort besvär en direkt observation av gitterplanen i tunna skikt. I andra fall har man varit intresserad av egenskaperna hos hinnorna som sådana, t. ex. anomalier i de elektriska och magnetiska egenskaperna. Exempel på båda typerna av undersökningar återfinnes i denna bok, som utgör sammanfattningen av en konferens, som hölls i september 1959 med understöd av amerikanska flygvapnet och General Electric.

I 34 välskrivna uppsatser framläggs resultaten av nya undersökningar på de tunna hinnornas område. Bidragen kan indelas i fem ämnesgrupper: hinnornas bildning och tillväxt, deras mekaniska, magnetiska och elektriska egenskaper samt ytreaktioner. Varje avdelning inleds med en översiktsartikel, som ger god orientering åt den, som ej är väl insatt i området tidigare. Till varje uppsats har fogats diskussionsinläggen, vilka i en del fall ger intressanta synpunkter.

Det är med nöje man tar del av denna bok, inte blott på grund av det högaktuella stoffet, utan även på grund av den mycket klara dispositionen av materialet och de utförliga referenserna. Trycket (off-set av skrivmaskinstext) och bildmaterialet utmärks även av hög kvalitet. Boken kan varmt rekommenderas. *H. U. Åström*

Fritz Seel, *Alombau und chemische Bindung.* Enke Verlag, Stuttgart, 3:e uppl., 1960. 96 S., DM 11,50.

Läran om den kemiska bindningen uppfattas av förf. som ett system av modellföreställningar, åskådliga eller abstrakta, och han menar, att kemister föredrar de åskådliga. Han ger en systematisk, kanske något formell redogörelse för de nuvarande åsikterna om de kemiska krafterna. I 1:a upplagan 1956 lades tyngdpunkten på kvantmekanisk teori, i denna 3:e upplaga behandlas bl. a. jonbindning och ligandfält-

eori för komplexföreningar utförligare. Schrödingers och Diracs våg-unktioner och andra »abstrakta» teorier omnämnes inledningsvis. Atomernas elektronstruktur avhandlas helt på energilärans grund, ch uppbyggandet av molekyler demonstreras genom diskussion av tomernas valenstillstånd — ett nödvändigt komplement till den van-ga grafiska bilden av grundtillståndet med elektroner fördelade i eller enligt Pauliprincipen. Men elektronen uppträder aldrig som en artikel. »En elektron upplöses i ett laddningsmoln, då uppmärksam-eten riktas på den», sade The Svedberg i en föreläsning 1929 — vi orde ha tänkt på det mera än vi gjort dessa trettio år! Elektron-nolnens utbredning och samspel utgör en central del av boken, t. ex. å bensolfrågor och metallisk bindning behandlas. En instruktiv över-ikt över det periodiska systemet må särskilt nämnas. — Boken är napp anpassat så lättläst, att den lockar till populär och »allmänbegriplig» tläggning av atomernas byggnad och rekommenderas bl. a. därför.

Bertil Englund

E. Kordes, *Optische Daten zur Bestimmung anorganischer Substanzen mit dem Polarisations-Mikroskop.* Verlag Chemie, Weinheim, 1960. 192 S., DM 43.—.

Skall bestämning av optiska egenskaper kunna utnyttjas systematiskt ör identifiering av fasta ämnen, är det en förutsättning att kända ptiska data finns samlade och tabellerade för ändamålet. Inom mine-alogin, där de kristalloptiska metoderna har gammal hävd, finns ett lertal sådana tabellverk, och en volym, som omfattar organiska mnen, har även utgivits. En motsvarande sammanställning av data ör oorganiska ämnen i allmänhet har emellertid saknats, en brist som let varit avsikten att avhjälpa med utgivandet av föreliggande arbete. Boken inleds med en kort repetitionskurs i kristalloptisk metodik, ch innehåller där bl. a. några instruktiva färgplanscher med kono-kopiska bilder, som även går att erhålla separat. Data för ca 1300 mnen är sedan tabellerade på flera olika sätt och även införda i åtta liagram, som medföljer separat. Rena optiska och morfologiska data r i de flesta fall kompletterade med uppgifter om täthet, löslighet ch hårdhet, vilket ökar användbarheten. Litteraturkällorna är an-givna och modern kemisk nomenklatur används tämligen genomgående. Uppläggningen av boken är föredömlig och fullständigheten tycks vara hygglig, om man får döma av stickprov. Gränsen mot den rena mineralogin är naturligtvis svår att dra, och nära halva antalet med-agna ämnen är mineral av ett eller annat slag. Boken gör emellertid nga anspråk på att täcka även detta område. *Lars Kihlborg*

Forts. sid. 226

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2270) Om $F(x)=x^9-9x^7+27x^5-30x^3+9x$ och $f(x)=x^4-4x^2+2$, är $F(f)=f(F)$. Varför? *X.*

2271) Punkterna A, B, C, D ligger i denna ordning på en rät linje så, att $AB:BC=-AD:DC$. Konstruera en figur, i vilken $AD:BC$ är minimum. *X.*

2272) Cirklarna (O) och (I) är givna. En variabel triangel ABC är inskriven i (O) och omskriven kring (I). Ytterbisektriserna till triangelns vinklar A, B, C råkar (O) på nytt i A_1, B_1, C_1 respektive. Vad kan man bevisa om höjdernas skärningspunkt H i triangeln $A_1B_1C_1$? *V. Thébault*

Enklare matematiska uppgifter[2]

2273) Visa genom förkortning, att

$$\lim_{x\to\frac{1}{4}\pi+n\pi}(\cos 3x+\sin 3x):(\cos x-\sin x)=3.$$

2274) Eliminera t mellan ekvationerna

$$1:\cos t-\cos t=a,\quad 1:\sin t-\sin t=b.$$

Svar: $a^4b^2+a^2b^4+3a^2b^2=1$. — Ledning: $a:b=\operatorname{tg}^3 t$ och $ab=\sin t\cdot\cos t$.

2275) Lös ekvationen $\log^3 x-\log x^3+\log 3x=\log 30$.

Svar: $x_1=0{,}1$, $x_2=41{,}5$, $x_3=0{,}241$.

2276) I en likbent triangel har den omskrivna cirkeln och den vid basen vidskrivna cirkeln båda radien 1 cm. Bestäm den inskrivna cirkelns radie.

Svar: $\sqrt{12}-3=0{,}464$ cm.

2277) Två mot varandra vinkelräta linjer, den ena genom $A(1;2)$ och den andra genom $B(-1;5)$, skär x-axeln i resp. P och Q så, att avståndet PQ blir 9 längdenheter. Sök linjernas ekvationer.

Svar: (AP) $\begin{cases}2x-y=0\\x+2y-9=0\end{cases}$ $\begin{cases}x-5y+9=0\\5x+y=0\end{cases}$ $\begin{cases}2x+5y-12=0\\5x-2y+15=0\end{cases}$ $\begin{cases}x+y-3=0.\\x-y+6=0.\end{cases}$

(BQ)

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm NÖ.

[2] Uppg. 2273, 2275, 2280—2281 är insända av *S. B.*, 2274, 2276—2282 av *X*, 2277—2279 av *B-r*.

2278) En parallellogram $ABCD$ har hörnen A och C i godtyckliga nkter på en hyperbel. Sidorna AB och DC är parallella med den a, AD och BC med den andra asymptoten. Visa, att BD går genom ntrum.

2279) Parabeln $y=a(4x-x^2)$ skär x-axeln i O och A. Det av OA skurna segmentet roterar kring OA. Bestäm konstanten a, så att n uppkomna rotationskroppen får lika stor volym som en sfär med 1 som diameter.

Svar: $a=\pm\frac{1}{4}\sqrt{5}$.

2280) Punkterna $A(a;0)$ och $B(-a;0)$ är givna. C är en rörlig punkt AB. Med AC och BC som diametrar ritas cirklar. Sök orten för ärningspunkten mellan tangenten i C och annan gemensam tangent.

Svar: Ellipsen $x^2+4y^2=a^2$.

2281) På kurvan $ny=x^2$ och linjen $x=m$ är A och B punkter så elägna, att linjen AB går genom origo. Sök orten för mittpunkten sträckan AB.

Svar: Parabeln $ny=x(2x-m)$.

2282) För vilken spetsig vinkel x har

$$\sqrt{a^2+b^2\operatorname{tg}^2 x}+\sqrt{a^2+b^2\operatorname{cot}^2 x}$$

xtremvärde, då a och b är givna sträckor?

Svar: Min. är $2\sqrt{a^2+b^2}$ för $x=\frac{1}{4}\pi$. — Sök min. av sträckornas edelproportional.

Lösningar till uppg. 2244—2246

2244) Bestäm de värden som a) $\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}C+\operatorname{tg}B\cdot\operatorname{tg}C$,) $\cos A\cdot\cos B\cdot\cos C$ kan anta i en triangel ABC? *X.*

a) Om $\operatorname{tg}A=a>0$ och $\operatorname{tg}B=b>0$, blir $\operatorname{tg}C=(a+b):(ab-1)$ samt $=\Sigma\operatorname{tg}A\operatorname{tg}B=ab+(a+b)^2:(ab-1)=[(ab-3)^2+(a-b)^2]:(ab-1)+9$, dvs. $\geqq 9$, då $ab>1$, vilket gäller spetsvinkliga trianglar. Om $ab<1$ (trubbinkliga trianglar), kan s anta alla negativa värden. Fallet $ab=1$ (i ätvinkliga trianglar), då uttrycket ifråga är obestämt, uteslutes.

b) Om $\operatorname{tg}C=c>0$, är $\cos C=1:\sqrt{1+c^2}$ och $1:(\cos A\cos B\cos C)^2=$ $+a^2)(1+b^2)(1+c^2)=1+\Sigma a^2+\Sigma a^2b^2+a^2b^2c^2=1+(\Sigma a)^2-2\Sigma ab+(\Sigma ab)^2-$ $-2\,abc\,\Sigma a+a^2b^2c^2=(\Sigma ab-1)^2$, ty $\Sigma a=abc$. Enligt a) är $\Sigma ab\geqq 9$, varför os $A\cos B\cos C\leqq\frac{1}{8}$ i spetsvinkliga trianglar. I trubbvinkliga trianglar ntar produkten värden mellan 0 och -1. Se även uppgifterna 2169 ch 673 i Elementa *42*, 72, 1959 och *17*, 258, 1934. *S. B.*

Även löst av *A. Pleijel, Sn* och *G. L.*

2245) På en cirkel med centrum O väljes en båge AB, som är större än halvcirkeln. Tangenterna i A och B råkas i C. När denna figur får rotera kring CO, uppkommer en päronliknande kropp. Visa, att normalplanet mot kroppens axel i dess tyngdpunkt halverar totala ytan, om det råkar dess kalott. *V. Thébault*

Kordan AB skär CO i E, CO förlängd skär cirkeln i P, tangenten i P råkar CA och CB i G och F. Sättes $OA=r$, $OE=a$, blir $OC=r^2:a$, $AE=\sqrt{r^2-a^2}$ och $AC=r\sqrt{r^2-a^2}:a$. Om det plan, som halverar ytan går på avståndet x från P, erhålles enligt kända formler $4\pi rx=$ $=2\pi r(r+a)+\pi r(r^2-a^2):a$, varav $x=(r+a)^2:4a$. Man kan även stödja sig på, att päronets yta är = mantelytan Y av en kon med axeln CO och sidan CP samt att två sfärer, centrerade i C som träffar päronets kalottdel, där avgränsar en zon, som är liktydig med den stympade konmantel som de avgränsa på Y (konisk kartprojektion).

Päronets tyngdpunkt är identisk med tyngdpunkten till en kropp, som utgör skillnaden mellan konerna CFG och EFG (se nedan). Den ligger på avståndet $(CP^2-EP^2):4(CP-EP)=(CP+EP):4=$ $=(2r+a+r^2:a):4=(r+a)^2:4a$ från P.

Den volym (»askkopp») som utgör skillnaden mellan den stympade konen $ABFG$ och segmentet APB skall visas vara lika med konen EFG. Om en normal mot CP skär CP i M, bågen AP i N, EG i R och CA i S, är $MS^2-MN^2=(MS+MN)(MS-MN)=SA^2$. Vidare är $PG:MR=$ $=PE:ME=GA:SA$, varav då $PG=GA$ även $MR=SA$. Alltså är cirkelringen $\pi(MS^2-MN^2)$ lika stor som ytan πMR^2. Enligt Cavalieris princip blir de ovannämnda volymerna lika. *X.*

Även löst av *Sn* och *G. L.*

2246) Sidorna i en triangel ABC har längderna a, b och c i vanlig ordning. Deras mittpunkter bildar en ny triangel, vars inskrivna cirkel har centrum i M. I vilket förhållande delar sekanten AM sidan BC? *X.*

I. Sidornas mittpunkter är A_1, B_1 och C_1 (A_1 på BC osv.). Transversalen genom M parallell med BC råkar AC, AB, A_1B_1 och A_1C_1 i resp. B_2, C_2, N och R. Sätt $C_2R=B_2N=ka$, $B_1B_2=kb$, $C_1C_2=kc$. Då C_1M och B_1M är bisektriser, blir $C_1R=RM$ och $B_1N=NM$ samt $C_2M=k(a+b)$ och $B_2M=k(a+c)$ och då AM delar BC och B_2C_2 i samma förhållande, blir svaret $(a+b):(a+c)$. *S. B.*

II. M är tyngdpunkt till omkretsen av triangeln ABC; AM skär BC i X. Sättes $BX=\beta$ och $CX=\gamma$, är till följd av jämvikten kring axeln AX $(b+\gamma):(c+\beta)=\beta:\gamma=(b+a):(c+a)$. *X.*

Även löst av *Sn* och *G. L.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Augusti 1960

Matematiska uppgifter[1]

eallinjens matematiska gren

. Från punkten (−2; 0) drages de båda tangenterna till parabeln $y^2=8x$ i ett rätvinkligt koordinatsystem. Beräkna ytan av det område, som begränsas av parabeln och de båda tangenterna.

. Ett klot belyses av en punktformig ljuskälla på det konstanta avståndet a från klotets medelpunkt. Hur stor skall klotets radie vara, för att ytan av det belysta området på klotet skall bli så stor som möjligt?

. I funktionen $y=a\cdot e^x\cos(x+v)$ är a och v konstanter. Visa, att $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+2y=0$, oberoende av a och v. — Det förutsättes som bekant, att $\frac{de^x}{dx}=e^x$.

. Upprita i ett rätvinkligt koordinatsystem kurvan $3y=\frac{4x^2-3x+4}{x-1}$ i dess huvuddrag. Kurvan är en hyperbel. Bestäm ekvationerna för dess axlar och koordinaterna för dess vertices.

. En ellips har sin ena brännpunkt i origo och den andra på x-axeln i ett rätvinkligt koordinatsystem. Den räta linjen $x+y=4$ är tangent till ellipsen. Sök och upprita orten för lillaxelns ändpunkter.

. Upprita kurvan $y=\frac{1-\cos x}{1-2\sin x}$, och ange eventuella asymptoter samt maximi- och minimipunkter.

. Problemet att dela en given vinkel i tre lika stora delar kan lösas approximativt på följande sätt. I en halvcirkel med medelpunkten O och diametern AB drages en radie OC, som med OA bildar den givna vinkeln v, samt en radie OM vinkelrätt mot AB. En cirkel med punkten B som medelpunkt går genom M och skär den räta linjen BC i punkten D. En cirkel med M som medelpunkt och radien lika stor som AB skär i punkten E förlängningen av AB åt B till. Vinkeln AED är då den sökta. Beräkna denna vinkel i det fall, då vinkeln v är 80,00°.

. För en funktion $f(x)$ gäller om $|x|<1$, att $\frac{df(x)}{dx}=\frac{2}{1-x^2}$ och $f(0)=0$. Bevisa med tillhjälp härav, att $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)=2f(x)$.

[1] Enligt gymnasiereformen av år 1953, som tillämpas vid studentexamen fr. o. m. v. t. 1957.

Resultat: **1.** $5\frac{1}{3}$ ytenh. **2.** $\frac{2}{3}a$. **4.** Axlar: $9x-3y-4=0$ och $x+3y-6=0$; vertices: $(0; -1\frac{1}{3})$ och $(2; 4\frac{2}{3})$. **5.** Parabeln $y^2+4(x-2)=0$ med undantag av parabelns skärningspunkter med koordinataxlarna, som ej är ellipstoppar. **6.** Period 2π. Asymptoter: $x=\frac{1}{2}\pi\pm\frac{1}{3}\pi+2n\pi$. Min. i $(2n\pi; 0)$ och max. i $(0{,}927+2n\pi; -\frac{2}{3})$. **7.** 26,61°. **8.** Man visar, att funktionerna $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ och $2f(x)$ har samma derivata. Därav följer att skillnaden mellan funktionerna är konstant osv.

Reallinjens biologiska gren

1. Bestäm konstanterna a och b i ekvationen $y=x^3+ax^2+bx+1$ så, att motsvarande kurva får en minimipunkt i punkten (1; 1).
2. De räta linjerna $x+2y=10$ och $x+2y=a$, där a är en positiv konstant, begränsar tillsammans med koordinataxlarna ett parallelltrapets med ytan 24 ytenheter. Bestäm värdet på a.
3. Den del av kurvan $y=9-x^2$, som ligger ovanför x-axeln, begränsar tillsammans med nämnda axel en yta. Beräkna volymen av den kropp, som alstras, när denna yta roterar kring y-axeln.
4. Den första, sjätte och fjortonde termen i en aritmetisk serie med olika termer bildar i nämnd ordning de tre första termerna i en geometrisk serie. Bestäm dennas kvot. Beräkna approximativt förhållandet mellan den tionde termen i den geometriska och den tionde termen i den aritmetiska serien.
5. I en regelbunden fyrsidig pyramid är alla kantlinjer a cm. Beräkna radien i den i pyramiden inskrivna sfären.
6. I triangeln ABC är sidan AB 8 cm och sidan AC 5 cm. Medianen från hörnet A bildar 30° vinkel med sidan AB. Beräkna längden av sidan BC.
7. Ett halvklot och en rät cirkulär cylinder med höjden 6 cm har lika stora buktiga ytor. Halvklotets volym är större än cylinderns. Uttryck skillnaden mellan halvklotets och cylinderns volymer som funktion av halvklotets radie. Ange denna funktions definitionsområde, undersök densamma med avseende på maxima och minima, och åskådliggör den slutligen grafiskt.
8. Lös x ur ekvationen $y=e^x+e^{-x}$, och bestäm med hjälp av resultatet det minsta värde, som y kan anta. Upprita slutligen den mot ekvationen svarande kurvan i dess huvuddrag.

Resultat: **1.** $a=-2$; $b=1$. **2.** $a_1=2$; $a_2=14$. **3.** $40\frac{1}{2}\pi$ vol.enh. **4.** Kvoten är 1,6 och förh. approx. 33,04. **5.** $\frac{1}{4}a\,(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ cm. **6.** $\sqrt{121\pm24\sqrt{3}}$ cm, dvs. 12,75 cm eller 8,913 cm. **7.** Är halvklotets radie x cm och volyms-

llnaden y cm³, blir $6y=\pi(4x^3-x^4)$ för $0<x<4$; y växer från 0 max. $4{,}5\pi$ för $x=3$ för att sedan avta till 0. 8. $x={}^e\log\frac{1}{2}(y\pm\sqrt{y^2-4})$; in=2 för $x=0$; y-axeln är symmetriaxel.

männa linjens sociala gren

Se biol. gren 1.

I en likbent triangel är basen 6 cm och den inskrivna cirkelns radie 1 cm. Beräkna triangelns yta.

Lös ekvationen $\frac{3-4x}{3}=1-x-(1-x)^2+(1-x)^3-(1-x)^4+\ldots$ i oändlighet.

och 5. Se biol. gren 2 och 3.

En person erhöll vid början av ett år ett lån på 10 000 kr mot 5 % ränta. Lånet skulle amorteras under 10 år med lika stora annuiteter vid slutet av varje år med början samma år lånet erhölls. Från och med det sjätte året tillämpades en räntesats (räntefot) av 6 %. Hur mycket måste på grund härav de återstående annuiteterna ökas, för att lånet skulle bli till fullo gäldat på föreskriven tid?

och 8. Se biol. gren 5 och 7.

Resultat: 2. 6,75 cm². 3. $x_1=0{,}5$; $x_2=1{,}5$. 6. 36 kr.

Matematiska uppgifter för latin- och realgymnasiet

Enl. 1933 års stadga

atingymnasiet

Lös ekvationssystemet $\begin{cases}(x+1)^2=2y(x+1)\\2x^2-y^2=4x+y.\end{cases}$

En rätvinklig triangel är inskriven i en cirkel. Skillnaden mellan ytorna av de utanför kateterna liggande cirkelsegmenten utgör en tiondel av cirkelns yta. Hur stor är triangelns minsta vinkel?

Se social gren 3.

I triangeln ABC är höjden AD 6 cm. Fotpunkten D ligger 3 cm från hörnet B och 1 cm från hörnet C. På AD är E en godtycklig punkt. Ange summan av kvadraterna på avstånden från E till triangelns hörn som funktion av sträckan AE, och åskådliggör den i ett diagram. Bestäm därefter, med hjälp av diagrammet eller på annat sätt, läget av E, när den nämnda summan är så liten som möjligt.

I en triangel ABC bildar sidornas längder en geometrisk serie.

Den största sidan är $\frac{9}{10}$ av de båda andra sidornas summa. Beräkna triangelns vinklar.

6. Se social gren 6.
7. Fyrsidingen $ABCD$ är inskriven i en cirkel. Diagonalerna skär varandra i punkten E. Sträckorna AE, BE och CE är 9 mm, 24 mm respektive 40 mm. Vinkeln ABC är 60°. Beräkna vinkeln BAC samt fyrsidingens sidor.
8. I triangeln ABC är vinkeln B spetsig. Vidare är $a > b > a \sin B$. Det finns då två trianglar med givna värden på a, b och B. Längden av sidan AB kan sålunda anta två värden. Bevisa, att kvadraten på skillnaden mellan dessa värden är $4a^2 \cos^2 B - 4(a+b)(a-b)$.

Resultat: **1.** $x_1 = -1$, $y_1 = -3$; $x_2 = -1$, $y_2 = 2$; $x_3 = 3$, $y_3 = 2$; $x_4 = -\frac{1}{7}$, $y_4 = \frac{8}{7}$. **2.** 36°. **4.** För $AE = x$ cm och summan $= y$ cm² är $y = 3(x-4)^2 + 34$, som har min. $= 34$ för $x = 4$. — Uttrycket för y gäller även om E ligger på förlängningen av höjden, då $x > 6$ och < 0. **5.** 127,17°, 32,09°, 20,74°. **7.** Vinkeln är 98,22° och sidorna AB, BC, CD och DA i ordning 21, 56, 35 och 21 mm.

Realgymnasiet. Allmän kurs

1, 2 och 3. Se biol. gren 1, 4 och 5.

4. I triangeln ABC ligger hörnet A i punkten $(-5; -5)$ och hörnet B i punkten $(7; 0)$. Höjden mot sidan AB och medianen till sidan BC skär varandra i punkten $(\frac{1}{3}; 3)$. Bestäm ekvationerna för triangelns sidor.
5. Bestäm den term, som har ordningsnumret n, i serien $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 13 + \ldots$. Visa därefter, att summan av de n första termerna i serien är $n(n+1)^2$.
6. Se biol. gren 7.
7. Ange de villkor, som de reella konstanterna a och b måste uppfylla, för att ekvationen $\sin x + a \cos x + b = 0$ skall ha reella lösningar. Bestäm därefter dessa konstanter, så att ekvationen satisfieras endast av $x = 60° + n \cdot 360°$, där n är ett godtyckligt helt tal.
8. I en tresidig pyramid är två motstående kantlinjer vardera $2x$ längdenheter och variabla, medan var och en av de övriga kantlinjerna har en konstant längd av a längdenheter. Bestäm pyramidens volym som funktion av x, ange, inom vilka gränser x kan variera, och undersök, hur funktionen varierar för dessa x-värden. Ange speciellt eventuella maxima och minima, samt upprita den motsvarande kurvan i dess huvuddrag.

Resultat: **4.** $AB: 5x - 12y - 35 = 0$, $BC: 11x + 10y - 77 = 0$, $CA: 8x - y + 35 = 0$. **5.** $t_n = 3n^2 + n$. — Använd matem. induktion. **7.** Villkor: $a^2 - b^2 + 1 \geqq 0$. För specialfallet gäller $a = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ och $b = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$. **8.** Om

volymen är y vol.enh., är $y=\frac{2}{3}x^2\sqrt{a^2-2x^2}$, där $0<x<\frac{1}{2}a\sqrt{2}$; y ökar från 0 till max. $\frac{2}{27}a^3\sqrt{3}$ för $x=\frac{1}{3}a\sqrt{3}$ (ej reguljär tetraeder) och avtar sedan till 0.

Realgymnasiet. Specialkurs

1. Den kurva, som svarar mot funktionen $y=ax^3+bx^2+cx+d$, där a, b, c och d är konstanter, går genom punkten (1; 2), har en minimipunkt i punkten (−1; 6) och en inflexionspunkt med abskissan $-\frac{4}{9}$. Bestäm funktionen, och upprita kurvan i dess huvuddrag.
2. I en hyperbel drages en rät linje genom medelpunkten O och genom en ändpunkt av en parameter. En korda genom ena vertex halveras av nyss nämnda linje i punkten A. Kordans förlängning skär konjugataxeln i punkten B. Triangeln OAB har lika stor yta som den kvadrat, som har transversalaxeln till sida. Beräkna hyperbelns excentricitet.
3. Genom en punkt P på positiva x-axeln drages en korda AB i parabeln $y^2=4ax$, där $a>0$. Tangenterna till parabeln i kordans ändpunkter skär y-axeln i punkterna C och D. Cirkeln med sträckan CD som diameter skär positiva x-axeln i punkten Q. Visa, att läget av punkten Q endast beror av läget av punkten P.
4. I en rektangel inskrives en ellips med axlarna parallella med rektangelns sidor. Kring samma rektangel omskrives en med den förra likformig ellips, vars storaxel är vinkelrät mot den förras storaxel. Om rektangelns ena sida är konstant, medan den andra varierar, ändras ellipsernas form. Bestäm deras excentricitet, när området mellan ellipserna har så liten yta som möjligt.
5. Kring en halvsfär med radien R omskrives en parallellt stympad rät cirkulär kon så, att den stympade konens ena plana yta ligger i samma plan som halvsfärens plana yta. Bestäm det minsta värde, som den stympade konens volym kan anta.
6. Upprita kurvan $y=\left(\frac{x}{x-1}\right)^2$ i dess huvuddrag. Genom origo drages en rät linje, som utom i origo skär kurvan i punkterna A och B. Sträckan AB halveras i punkten P. Bestäm ekvationen för orten för P. Upprita den mot ekvationen svarande kurvan i dess huvuddrag, och ange vilka delar av kurvan som representerar orten.
7. Två lika stora kvadrater med sidan a täcker varandra helt. Den ena vrides kring diagonalernas skärningspunkt, så att dess hörn beskriver cirkelbågar med medelpunktsvinkeln v, $v<90°$. Ange ytan av kvadraternas gemensamma del som funktion av v, och bestäm denna ytas minsta värde.

Resultat: **1.** $y=-3x^3-4x^2+x+8$. Förutom angivet min. har kurvan max. i $(\frac{1}{9};\ 8\frac{14}{243})$; infl.p. är $(-\frac{4}{9};\ 7\frac{7}{243})$. **2.** $e=2$. **3.** Obs. att, om $P(x_0;\ 0)$, är $OQ^2=ax_0$. **4.** $e=\sqrt{(5-\sqrt{13}):6}=0{,}482$. **5.** $\frac{1}{6}\pi(2+\sqrt{7})R^3$ vol.enh. **6.** Orten är hyperbeln $2y=x:(x-1)$ med undantag av den mot $-1<x<1$ svarande bågen. Inskränkningen betingas av att för dessa x-värden en linje genom origo endast har denna punkt gemensam med den givna kurvan. **7.** Uttryckt i ytenh. är den gemensamma ytan $2a^2:[\sqrt{2}\cdot\cos(\frac{1}{4}\pi-v)+1]$ med minsta värde $2(\sqrt{2}-1)a^2$ för $v=\frac{1}{4}\pi$.

Uppgifter i fysik

1. En lastbil väger totalt 8,0 ton. Den startas i en uppförsbacke och uppnår hastigheten 54 km/tim, då den gått en vägsträcka på 100 m. Rörelsen är ej likformigt accelererad. Backens lutning mot horisontalplanet är 5,0°. Bilen drives med dieselolja, som vid förbränning avger 6400 kcal/liter. Av den vid oljans förbränning utvecklade värmeenergin används i genomsnitt 10 % för bilens framdrivande. Däri är då ej inräknat, vad som kräves för att övervinna luftmotstånd och friktion. Beräkna bränsleförbrukningen under den tid bilen går dessa 100 m.
2. En rak stång AB, vars vikt kan försummas, är rörlig i ett vertikalplan kring en horisontell axel vid änden A. I stångens andra ände B är ett snöre fastsatt. Snöret löper över en liten lättrörlig trissa C, belägen lodrätt ovanför A och så, att $AB=AC$. I snörets andra ände kan vikter fästas. Vid ett försök hängdes vikten m kg på stången AB i en punkt D så belägen, att $AD:DB=3:1$. Vikten i snörets andra ände avpassades så, att stången blev horisontell. Beräkna till storlek och riktning den kraft, varmed axeln påverkar stången. Figur krävs. I denna skall anges de krafter, som verkar på stången.
3. Två små glatta, lika tunga kulor A och B är sammanbundna med ett tunt snöre, vars vikt kan lämnas utan avseende. Snöret är lagt över en fast cylinder, vars axel är horisontell. Cylinderns yta är glatt. Kulan A befinner sig till en början i jämnhöjd med cylinderaxeln, under det att kulan B hänger fritt ned. Det vertikalplan, som innehåller kulorna och snöret, är vinkelrätt mot cylinderns axel. Systemet befinner sig i vila i detta läge men sättes i rörelse genom en uppåtriktad, ytterst svag stöt mot kulan A. Beräkna förhållandet mellan tyngden av kulan A och den kraft, varmed cylindern påverkar kulan, när denna passerar högsta punkten i sin bana.
4. En ljuskälla uppställdes på den optiska huvudaxeln till en positiv lins. På andra sidan om linsen erhölls på en skärm en skarp bild

B_1 av ljuskällan. Framför skärmen placerades därpå en konvex spegel, vars optiska axel sammanföll med linsens axel. Därvid uppkom en reell bild B_2 av ljuskällan, belägen mellan spegeln och linsen och på avståndet 45 cm från B_1. Bilden B_2 var dubbelt så stor som B_1. Beräkna spegelns brännvidd.

5. Av två doppvärmare utvecklar den ena dubbelt så stor effekt som den andra, då spänningen över var och en av dem är lika hög. De nedföres i ett kärl med vatten, parallellkopplas och anslutes till nätspänningen, som antas vara konstant. På en viss tid stiger därvid vattnets temperatur 9,0° C. Om de båda doppvärmarna i stället hade seriekopplats och anslutits till nätspänningen, hur stor hade då vattnets temperaturhöjning blivit på samma tid? Värmeutbytet med omgivningen försummas. Doppvärmarnas resistans antas vara oberoende av temperaturen.
6. En strömkrets innehåller i serie en ackumulator, en amperemeter och ett motstånd med relativt liten resistans. Amperemetern visar 4,00 A. Kopplas en voltmeter med mycket stor resistans parallellt med motståndet, visar den 0,48 V. Ansluts voltmetern i stället till polerna av ackumulatorn, visar den 0,50 V. Om motståndets anslutningsklämmor därpå förenas med en kort och tjock koppartråd, visar amperemetern 5,28 A. Beräkna ackumulatorns emk och inre resistans. Kopplingsschema krävs.
7. Strömstyrkan i blixtens bana kan i enstaka fall uppgå till i genomsnitt 250 000 A under den korta tid blixten varar. Beräkna det minsta värdet på diametern hos en jämntjock åskledare av koppar med cirkulär genomskärningsyta, för att dess temperatur ej må överstiga 500° C, om den träffas av en blixt med strömstyrkan 250 000 A och varaktigheten 0,0010 sek. Resistiviteten hos koppar är 0,017 ohm · mm²/m vid 0° C, dess temperaturkoefficient är 0,0040 per grad och dess specifika värme är 0,092 kcal/kg · grad. Begynnelsetemperaturen hos åskledaren antages vara 20° C. Vid denna överslagsberäkning användes medelvärdet av ledarens resistans inom temperaturintervallet i fråga. Vidare får man antaga, att strömmen är en likström. Ledarens energiutbyte med omgivningen försummas. Koppars täthet är 8,9 kg/dm³.
8. Bland annat i fråga om energi har ljus samma egenskaper som en ström av partiklar, fotoner. Om ljusets våglängd är λ och ljusets hastighet i vakuum är c, är fotonens energi $h \cdot c/\lambda$, där h är Plancks konstant. Belysningen från en stjärna av sjätte magnituden kan anses vara lika stor som från en i alla riktningar likformigt strålande ljuskälla av styrkan $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ candela på avståndet 1,0 m. Beräkna hur många fotoner som per sekund träffar varje mm² av ett ögas pupill, då ögat betraktar en sådan stjärna. Ljuset från

stjärnan har i medeltal våglängden $0{,}59 \cdot 10^{-3}$ mm. En likformigt strålande ljuskälla med styrkan 1,0 candela ger ett energiflöde av 50 erg per $cm^2 \cdot$ sek på avståndet 1,0 m. Plancks konstant är $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ joule · sek, och ljushastigheten kan sättas till $3{,}0 \cdot 10^8$ m/sek.

Resultat: **1.** 0,6 l. **2.** Kraften med storleken $\frac{1}{4}mV\overline{10}$ kp är riktad mot punkten E på BC, belägen rätt över D; $\angle BAE \approx 18°$. **3.** $2:(4-\pi) \approx \approx 2{,}3$. **4.** 30 cm. **5.** 2° C. **6.** 1,98 volt; 0,37 ohm. **7.** Ca 7 mm. **8.** $1{,}5 \cdot 10^3$ fotoner.

Forts. från sid. 215

Ivar Elvers, *Kemiska grunder för livet och kulturen,* Organisk kemi för realskolans och enhetsskolans sista klass, ring I^4 och motsvarande, Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1959. 105 s., kr. 5:75.

Denna lärobok skiljer sig från den konventionella läroboken för detta stadium i följande avseenden: 1. Framställningen är direkt inriktad på den organiska kemins användning i beskrivningen av den levande cellens kemi och av kemisk-tekniska processer; 2. Framställningen är mycket rikt illustrerad med »berättande» bilder.

Efter en fyllig och intressant orientering om begreppet »organisk kemi» behandlar författaren, okonventionellt nog, först kolhydrater och därefter övriga ämnesklasser i följande ordning: kol och kolväten, alkoholer, oxidationsprodukter av alkoholer, fettsyrornas föreningar, kvävehaltiga föreningar. Efter ett kapitel om litosfären och kretsloppet av vissa grundämnen mellan denna och biosfären behandlas den organiska kemins tillämpningar inom tekniken. Sista kapitlet är ägnat atomenergi och boken avslutas med några laborationstekniska notiser av uppenbart intresse för speciellt läraren.

Framställningen är stimulerande, klar och redig. Genomgående beskrivs molekylers struktur med ett slags stiliserade molekylmodeller, som bidrar till att ge läsaren en mera åskådlig bild än de konventionella strukturformlerna. De senare anges i allmänhet också, dock inte alltid, vilket kanske varit lämpligt. Några detaljer i nomenklaturen bör ändras till nästa upplaga: acetylenseriens kolväten bör kallas *alkyner* och ej alkiner (på samma sätt *etyn* och ej etin), den oladdade gruppen OH heter *hydroxylgrupp* och ej hydroxidgrupp, hydroxylsubstituerade syror kallas *hydroxisyror* och ej oxisyror, druvsocker kallas *glukos* och ej glykos. Illustrationerna är utmärkta.

Helhetsintrycket är att boken, utan att i något avseende försumma den grundläggande delen, ger en stimulerande och i bästa mening allmänbildande orientering om den organiska kemins roll i den levande naturen och i tekniken. Boken rekommenderas varmt.

Lars Bjellerup

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York/London, 1960:

R. B. Adler/ L. J. Chu/ R. M. Fano, *Electromagnetic Energy Transmission and Radiation.* Pp. 621, $ 14.50.

A. Higdon et al, *Mechanics of Materials.* Pp. 502, $ 7.75.

J. B. Jones/ G. A. Hawkins, *Engineering Thermodynamics.* Pp. 724, $ 8.50.

P. G. Hoel, *Elementary Statistics.* Pp. 261, $ 5.50.

R. P. Boas Jr., *A Primer of Real Functions.* Pp. 189, $ 4.00.

Th. R. Harrison, *Radiation Pyrometry.* Pp. 234, $ 12.00.

E. Wahlstom, *Optical Crystallography.* Pp. 356, $ 8.50.

L. L. Sloss et al, *Lithofacies Maps.* An Atlas of the United States and Canada. Pp. 108, $ 5.50.

K. Brenkert Jr., *Elementary Theoretical Fluid Mechanics.* Pp. 348, $ 7.50.

H. L. Solberg et al, *Thermal Engineering.* Pp. 649, $ 9.50.

J. L. Fuller/ W. R. Thompson, *Behavior Genetics.* Pp. 396, $ 8.95.

H. A. Liebhafsky et al, *X-Ray Absorption and Emission in Analytical Chemistry.* Pp. 357, $ 13.50.

P. E. Gray, *The Dynamic Behavior of Thermoelectric Devices.* Pp. 136, $ 3.50.

R. H. Bube, *Photoconductivity of Solids.* Pp. 461, $ 14.75.

B. A. Boley/ J. H. Weiner, *Theory of Thermal Stresses.* Pp. 586, $ 15.50.

A. V. Tobolsky, *Properties and Structure of Polymers.* Pp. 331, $ 14.50.

R. A. Howard, *Dynamic Programming and Markov Processes.* Pp. 136, $ 5.75.

V. D. Fréchette (Editor), *Non-Crystalline Solids.* Conference, New York, Sept. 3—5, 1958. Pp. 536, $ 15.00.

J. Kaye/ J. A. Welsh (Editors), *Direct Conversion of Heat to Electricity.* Pp. 355, $ 8.75.

S. Schwartz (Editor), *Selected Semiconductor Circuits Handbook.* Pp. 500, $ 12.00.

A. Ralston/ H. S. Wilf (Editors), *Mathematical Methods for Digital Computors.* Pp. 293, $ 9.00.

F. Daniels (Editor), *Photochemistry in the Liquid and Solid States.* Pp. 174, $ 6.00.

O. Benson Jr./ H. Strughold (Editors), *Physics and Medicine of the Atmosphere and Space.* Pp. 645, $ 12.50.

Ch. F. Taylor, *The Internal-Combustion Engine in Theory and Practice.* Vol. 1. Pp. 574, $ 16.00.

G. Goertzel/ N. Tralli, *Some Mathematical Methods of Physics.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1960. Pp. 300, 66s.

L. V. Azároff, *Introduction to Solids.* McGraw-Hill Co., 1960. Pp. 460, 74s.

D. C. Ipson, *Units, Dimensions, and Dimensionless Numbers.* McGraw-Hill Book Co., 1960. Pp. 236, 50s. 6d.

H. A. Strobel, *Chemical Instrumentation.* Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass., USA, 1960. Pp. 653, $ 9.75.

T. L. Hill, *Introduction to Statistical Thermodynamics.* Addison-Wesley Publ. Co., 1960. Pp. 508, $ 9.75.

E. M. Pugh/ E. W. Pugh. *Principles of Electricity and Magnetism.* Addison-Wesley Publ. Co., 1960. Pp. 430, $ 8.75.

J. R. Reitz/ F. I. Milford, *Foundations of Electromagnetic Theory.* Addison-Wesley Publ. Co., 1960. Pp. 387. $ 8.75.

Richards/ Sears/ Wehr/ Zemansky, *Modern University Physics.* Addison-Wesley Publ. Co., 1960. Pp. 903, $ 9.75.

J. K. Roberts/ A. R. Miller, *Heat and Thermodynamics.* Fifth Ed. Blackie & Son, London/Glasgow, 1960. Pp. 619, 45s. net.

H. J. Braddock, *Mechanical Design of Laboratory Apparatus.* Chapman & Hall, London, 1960. Pp. 46.

K. Mendelssohn (Editor), *Progress in Cryogenics.* Vol. 2. Heywood & Co., London, 1960. Pp. 280, 63s. net.

D. F. Lawdon, *A Course in Applied Mathematics.* English Univ. Press, London, 1960. Pp. 655, 70s. net.

E. M. Hartley, *Cartesian Geometry of the Plane.* Cambridge Univ. Press, 1960. Pp. 324.

K. S. Snell/ J. B. Morgan, *New Mathematics.* A Unified Course for Secondary Schools. Vol. 1. Cambridge Univ. Press, 1960. Pp. 231.

The National Physical Laboratory. Report for 1959. London 1960. Pp. 140, 8s.

P. Grivet/ R. Legros, *Physique des circuits.* Masson & C^ie^, Paris, 1960. 554 p., 90 NF.

N. Bourbaki, *Groupes et algèbres de Lie. Ch. 1.* Hermann, Paris, 1960. 142 p.

J. Favard, *Cours d'analyse.* Tome I. Introduction. Opérations. Gauthier-Villars, Paris, 1960. 675 p.

D. H. Parsons, *The Extension of Darboux's Method.* Gauthier-Villars, Paris, 1960. 75 p., 20 NF.

W. J. Trjitzinsky, *Théorie métrique dans les espaces ou il y a une mesure.* Gauthier-Villars, Paris, 1960. 119 p., 23 NF.

L. de Broglie, *Non-Linear Wave Mechanics.* Elsevier Publ. Co., Amsterdam/ London, 1960. Pp. 304, Dfl 30.00.

A. O. Gelfond, *The Solution of Equations in Integer.* Translated from the Russian. Nordhoff, Groningen, 1960. Pp. 72, $ 1.00.

O. Höfling, *Physik-Aufgaben.* Oberstufe. Lehrerausgabe mit Lösungen. 2 Aufl. Dümmlers Verlag, Bonn, 1960. 295 S., DM 11.80.

G. Hoheisel, *Gewöhnliche Differentialgleichungen.* 6. Aufl. Sammlung Göschen Bd. 920. 128 S., DM 3.60. — G. Hoheisel, *Partielle Differentialgleichungen.* 4. Aufl. Sammlung Göschen Bd. 1003. 128 S., DM 3.60. W. de Gruyter, Berlin, 1960.

K. Schwabe, *Elektrometrische ph-Messungen unter extremen Bedingungen.* Verlag Chemie, Weinheim, 1960. 95 S., DM 12.50.

A. Blume, *Atomer.* 2. udg. Gyldendal, København, 1960. 101 s., dkr 7:50.

A. Nygaard/ S. Vester-Petersen, *Begyndermatematik.* Gyldendal, København, 1960. 53 s., dkr 5:75.

Svensk Naturvetenskap 1960. Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok. Trettonde årg. Stockholm, 1960. 330 s., kr 18:—. Nordiska Bokh., Stockholm, i distribution.

T. Hall, *Satelliter och rymdfärder.* Utökad uppl., Bonniers, Stockholm, 1960. 136 s., kr 14:75.

P. Bergsøe, *Människan och universum.* Övers. av L. Lagerson. Bokförl. Forum, Stockholm, 1960. 349 s., kr 31:50.

P. H. Lundegårdh, *Stenar i färg.* Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1960. 191 s., kr 14:75.

S. Lindström, *Matematik för enhetsskolan.* Årskurs 7. Alternativkurs 1. Almqvist &Wiksell, Stockholm, 1960. 128 s., kr 3:90.

S. G. Cederstrand, *Matematik för realskolan.* Del I. 65 s., kr 2:95. Del II. 117 s., kr 3:50. Del III. 91 s., kr 3:10. Fritzes förlag, Stockholm, 1959.

Bo Bergman/ Inga Svensson, *Öva och pröva.* För Årskurs 3. AVCarlssons bokförl. Stockholm, 1960. 71 s., kr 1:50.

Moll-Starck, *Lärobok i kemi för realskolan* Del 1, 13:e uppl. Sv. Bokförl./ Norstedt, Stockholm, 1960. 100 s., kr 2:45.

Almkvist/ Knave, *Fysiklaborationer för realskolan.* 3:e årsk., Mekanik och atomfysik. Sv. Bokförl./Bonniers, Stockholm, 1960. 22 s., kr 1:50.

y del i den moderna fysikserien

KVIST · BESKOW · HERLIN · KNAVE · LÖNNQVIST · WETTERBLAD

ysik FÖR REALGYMNASIET

Del 4. Optik G 6:25

(Lärarex. inkl. oms. 3:30)

Av *Gunnar Almkvist*

Författaren ger här en på moderna fysikaliska rön byggd framställning av geometrisk optik, vågrörelselära, akustik och strålningslära.

n har tidigare utgivits:

Del 1. **Mekanik** av Göran Beskow G 4:50 (2:35)
Del 2. **Värmelära** av Ernst Herlin G 4:80 (2:55)
Del 3. **Elektricitetslära** av Ernst Knave G 7:75 (4:05)

tning till serien föreligger även:

Astronomi av Conrad Lönnqvist G 4:20 (2:20)

rminen 1961 beräknas serien föreligga komplett i och med utgivningen av:

Del 5. **Mekanik** av Göran Beskow
Del 6. **Atomfysik** av Ernst Knave och Torsten Wilner

B

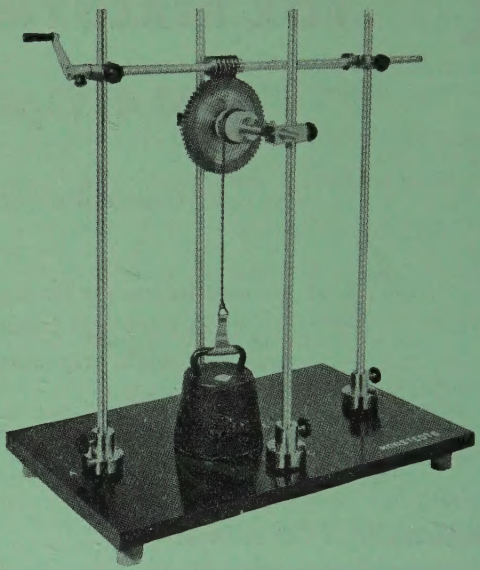
SVENSKA BOKFÖRLAGET

Lärarexemplar genom SKOLBOKCENTRALEN

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ · SUNDSVALL

Allt för

fysikundervisningen



NORSTEDTS SKOLAVDELNING

STOCKHOLM - GÖTEBORG - MALMÖ - LINKÖPING -
LULEÅ - SUNDSVALL

Lund 1960, Håkan Ohlssons Boktryckeri